ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙНАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(Н И У « Б е л Г У »)

ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ

РЕШЕНИЕ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ В КУРСЕ АЛГЕБРЫ 9 КЛАССА

Выпускная квалификационная работа
обучающегося по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование,
профиль Математика и информатика
очной формы обучения, группы 02041303
Ирниденко Виктории Викторовны

Научный руководитель:
канд. физ.-мат. наук,
доцент кафедры математики
Витохина Н.Н.

БЕЛГОРОД 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

С древних времен задачи играют важную роль в воспитании детей. Ребенок с первых дней в школе встречается с задачами. Сначала и до конца обучения в школе математическая задача помогает ученику вырабатывать правильные математические понятия, более подробно выяснять различные аспекты взаимосвязей и отношений окружающей среды, дает возможность применения изучаемых теоретических принципов. Решение задачи выступает и в качестве цели, и в качестве средства обучения. Способность ставить и решать задачи является одним из основных показателей уровня развития учащихся. Задачи являются материалом для ознакомления учащихся с новыми понятиями, для развития логического мышления, формирование межпредметных связей. Они позволяют применять знания, полученные при изучении математики в решении вопросов, возникающих в течение жизнедеятельности человека.

Актуальность. Текстовые задачи традиционно трудный для значительной части школьников материал. Но в школе в курсе математики им отводится довольно большое значение.

Этапы решения задачи являются формами развития мышления [1].

Широко известны трудности, испытываемые школьниками при решении текстовых задач:

1. математизация предложенного текста, то есть создание математической модели, которая может быть в виде уравнения, неравенства или как система уравнений (неравенств), графика, функции, таблицы и т.д.;

Для того, чтобы перевести текстовое содержание задачи на математический язык, учащимся необходимо не только внимательно ее изучить, но и правильно интерпретировать ее, формализовать проблему, то есть вопрос, выразив искомые величины через известные и введенные переменные.

2. составление уравнений и неравенств, связывающих данные величины и введенные школьником переменные воедино;

3. решение полученной системы уравнений или неравенств наиболее рациональным оптимальным способом [2].

Но как научить детей правильно находить способ решения текстовой задачи? Этот вопрос является центральным в методике обучения решения задач. Для ответа на него в литературе предложено большое количество практических методов, облегчающих поиск способа решения задачи. Однако теоретические принципы остаются малоразвитыми.

Особенности текста задачи могут определить ход мысли при ее решении. Но как направлять школьников на выявление этих особенностей? Знание ответа и составляет теоретико-методологическую основу положений, на основании которых можно построить определенную методику обучения решения текстовых задач.

Развитию смекалки и сообразительности, умению ставить вопросы и отвечать на них, развивая естественный язык, способствует использование арифметических способов решения задач.

Арифметические методы решения тестовых задач позволяют развивать умение анализировать задачи, строить план решения, с учетом взаимосвязей между известными и неизвестными величинами (но при этом учитывая тип задачи), интерпретировать результат каждого действия в рамках условия, проверять правильность решения путем составления и решения обратной задачи, тем самым формируя и развивая важные общеучебные умения и навыки.

Также арифметические способы решения текстовых задач приучают детей к первым абстракциям, позволяют развивать и воспитывать логическую культуру, способствуют созданию положительного эмоционального фона обучения, развитию эстетического чувства к видению решения задачи (красивое решение) и в общем к изучению математики, вызывая интерес к поиску решения задачи, а затем и к самому изучаемому предмету.

Использование исторических задач и множества старинных (арифметических) способов их решения не только обогащает опыт мыслительной деятельности учащихся, но и позволяет им освоить важные культурное и историческое наследие человечества, связанное с поиском решения задач. Это важный внутренний (связанный с самим предметом), а не внешний (связанный с отметками, поощрениями, оценками и т.д.), стимул для исследований, связанных с поиском решений задач и изучением математики [20].

Начальные математические знания детей усваиваются ими определенной подходящей их пониманию системе, в которой отдельные положения логически связаны между собой и вытекают одно из другого. При сознательном, осмысленном усвоении математических знаний школьники используют основные мыслительными операциями в доступном и понятном для них виде: анализ и синтез, сравнение, конкретизация и абстрагирование, обобщение. Также они проводят дедуктивные рассуждения и делают индуктивные выводы. Это все развивает математическое мышление обучающихся. Овладение мыслительными операциями, в свою очередь, помогает учащимся успешнее осваивать новые знания.

Из вышесказанного следует **проблема** исследования, которая состоит в рассмотрении теоретических основ решения текстовых задач и методики ее изучения в школьном курсе математики. Проблема исследования определяет тему выпускной квалификационной работы: «Решение текстовых задач в курсе алгебры 9 класса».

Объектом ВКР является методика обучения решения текстовых задач на уроках математики.

Предметом ВКР является процесс решения текстовых задач алгебраическим методом.

Цель: исследовать методики работы над текстовыми задачами, выявить преимущества решения текстовых задач алгебраическим методом.

Достижение цели обусловило постановку следующих **задач** исследования:

1. Провести анализ учебной и методической литературы по проблеме исследования;
2. Выявить роль текстовых задач в процессе обучения;
3. Изучить методики работы над текстовыми задачами;
4. Разработать урок закрепления материала на тему «Решение текстовых задач»;
5. Разработать комплекс заданий, для решения текстовых задач при подготовке к ОГЭ.

Практическая значимость работы заключается в том, что она может быть использована в качестве методического пособия для учителей при планировании и проведении уроков по теме: «Решение текстовых задач», а также для обучающихся средней школы в подготовке к ОГЭ.

Структура ВКР: работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы и приложений.

1. Текстовые задачи в школьном курсе математики

1.1 Психолого-педагогические основы формирования умения решать текстовые задачи

В жизни и деятельности человека задачи, поставленные им самим или другими людьми, играют значительную роль. Основное действие направлено на мышление человека, как на основной показатель развития и уровня образованности.

Знание теории в области построения и решения задачи необходимо учащимся для сознательного и целенаправленного решения различных задач, а не только лишь решения на основе аналогии с действиями в ранее решенных задачах. Соответственно это приведет к тому, что на первый план встанет учебно-познавательная цель решения задач.

Для того чтобы решить задачу ее необходимо рассматривать как объект анализа, а само решение как изобретение способа решения. При этом должны применяться следующие основные принципы дидактики [9]:

- принцип научности - отражает взаимосвязь с современным научным знанием.

Данный принцип реализуется в отборе изучаемого материала, порядке введения понятий в учебный процесс. Также он нацеливает учителя на проведение анализа результатов наблюдений школьников самими учащимися.

- принцип систематичности и последовательности - придает системный характер учебной деятельности, теоретическим знаниям, практическим умениям учащихся;
- принцип связи обучения с практикой - предусматривает, чтобы процесс обучения стимулировал учеников использовать полученные знания в решении практических задач;

- принцип доступности - требует учета особенностей развития учащихся, анализа материала с точки зрения их реальных возможностей и такой организации обучения, чтобы они не испытывали интеллектуальных, моральных и физических перегрузок.

Другими словами, доступность выражается тем, что обучение новому материалу должно опираться на знания, опыт и особенности мышления учащихся.

- принцип наглядности - означает, что эффективность обучения зависит от целесообразного привлечения органов чувств к восприятию и переработке учебного материала.

Учет возрастных особенностей школьников является одним из наиболее важных принципов в педагогике и психологии. Исходя из этого, необходимо проводить анализ возможности организации и проведения той или иной деятельности в том или ином возрасте. А для этого нужно знать основные особенности каждого возраста [16].

Средний возраст учащихся девятых классов 15-16 лет считается самым трудным и для воспитания, и для обучения как для родителей и педагогов, так и для самих школьников.

Почему данный период считается сложным и трудным? Данный возраст является переходным, переломным для человека, так как является переходом от детства к юности. В этот период возрастает роль сознания и улучшается контроль коры головного мозга над инстинктами и эмоциями. Но при этом нервная система подростка еще недостаточно стабильна и не всегда способна выдержать сильные и длительные раздражители, под их влиянием часто переходя в состояние торможения или же сильного возбуждения.

Отсюда часто и появляются трудности, так как родители или педагоги зачастую либо не знают особенностей данного возраста, либо не учитывают их.

Рассмотрим совершенствование основных психических процессов, участвующих в учебной деятельности, со стороны решения учениками текстовых математических задач [13].

Восприятие

В данном возрасте ученик способен к более сложному аналитико-синтетическому восприятию предметов и явлений, нежели раньше, а решение текстовых задач способствует совершенствованию данного процесса, так как ученику необходимо вычленить из текста задачи только те данные, которые ему необходимы для решения задачи.

Память

В этом возрасте ученики уже имеют некоторый объем знаний, что помогает памяти меняться от механического запоминания к смысловому. При этом сама смысловая память также меняется, приобретая опосредованный логический характер. Школьникам открывается возможность для запоминания абстрактного материала.

Воображение

Школьник в этом возрасте способен проигрывать мысленно задачи, связанные с математическими знаками, а также оперировать значениями и смыслами языка. При решении текстовой задачи воображение позволяет построить математическую модель, которая переводит бытовую ситуацию, на язык формул, и наоборот.

Мышление

Мышление становится более систематизированным, последовательным и зрелым. Большое значение приобретает творческое мышление, особенностью которого является анализ, проводимый на конкретном факте (задача, событие), открывает внутреннюю связь, которая является основой для многих частных проявлений.

Математическое мышление имеет свои особенности и характеристики, обусловленные спецификой изучаемых объектов, а также спецификой методов их изучения. Формирование у учащихся математического мышления способствует не только обучению математике, но и успеху в обучении другим предметам.

К характерным качествам мышления относятся:

- гибкость;
- глубина;
- оригинальность;
- широта;
- рациональность;
- целенаправленность;
- активность;
- критичность;
- четкость и лаконичность речи и письма.

Глубина мышления нередко определяется умением выделять существенное, так как проявляется в умении проникать в сущность изучаемого факта.

Проблему преподавания математики в школе невозможно свести только к передаче ученикам ряда знаний, навыков и умений в этой области. Перед учителем математики стоит совсем другая, не менее важная задача - это реализация возможностей предмета в развитии личности учащихся.

Решение математических задач является одним из наиболее эффективных средств воспитания учащихся. Математические задачи передают разнообразные аспекты жизни, носят большое количество полезной информации, поэтому их решение является одной из составляющих в системе воспитания в целом, так и патриотического, нравственного и трудового в частности [14].

Очень важно, чтобы задача вызывала отклик в учениках, создавая чувство причастности к решению каких-либо актуальных проблем общества в целом и отдельно взятого человека в частности, передаваемых в содержании задачи.

Но основной деятельностью учеников на уроках является учебная, поэтому необходима убедительная аргументация фактов по ходу решения, что развивает такие качества: критическое отношение к себе (окружающим), самостоятельность в преодолении трудностей, настойчивость. Что в итоге приводит к развитию творческого подхода к выполнению работы, введению каких-то новых методов.

В ходе решения текстовых задач ученики изучают и сразу оттачивают определенный смысл некоторых арифметических операций, знаки для записи действий, правила.

Система подбора задач и расположение их по времени построена с таким расчетом, чтобы обеспечить наиболее благоприятные условия для сопоставления, сравнения, противопоставления задач, сходных в том или ином отношении, а также задач взаимно обратных. При этом, чтобы избежать штампов и натаскивания на решения одного типа, а также настроить детей на необходимость каждый раз проводить анализ, задачи даются разных видов [2].

Таким образом, текстовые задачи являются ценной основой решения проблемы преподавания математики - развития мышления и творческой активности у учеников.

Текстовые задачи предоставляют возможность связать теорию с практикой, обучение с жизнью. Решая задачи, учащиеся углубляют и расширяют свое представление о жизни и формируют практические навыки (посчитать стоимость покупки, ремонта квартиры), а также знакомятся с важными фактами с точки зрения воспитания и познания.

В методике обучения решению текстовых задач выделяют следующие основополагающие функции [3]:

- обучающая - направлена на формирование системы математических знаний, умений и навыков в процессе их усвоения;

- воспитывающая - направлена на воспитание у учащихся интереса к предмету, навыков учебного труда;
- развивающая - направлена на развитие мышления учащихся, формирование у них приемов умственной деятельности;
- контролирующая - направлена на определение уровня усвоения учащимися учебного материала, способности к самостоятельному изучению школьного курса математики, уровня развития и сформированности познавательных интересов;
- мотивационная - направлена на активизацию учебного процесса (в математике ее выполняют задачи).

Умение решать текстовые задачи является важным моментом в изучении математики, так как достигаются не только математические цели, но и развиваются высшие психические функции, волевые черты характера и формируются качества личности такие как: внутренний план действий, творческая инициатива, ответственность за начатое дело и многие другие.

1.2 Роль и место текстовых задач в школьном курсе математики

Понятие «задача» имеет различные интерпретации. Их детальное исследование было проведено Г.А. Баллом в психологической литературе. Г.А. Балл утверждает, что термин «задача» используется для ссылки на объекты в трех различных категориях [1]:

1) категория цели действий субъекта; требования, поставленного перед субъектом;
2) категория ситуации, включающей, наряду с целью, условия, в которых она должна быть достигнута;
3) категория словесной формулировки этой ситуации.

Г.А. Балл заметил, что в психологической литературе понятие «задача» чаще всего используется для обозначения объектов второй категории. Для объектов первой категории Г.А. Балл указывает, что подходит выражение «цель действия», «требование задачи», а для объектов третьей категории - «формулировка задачи».

Сторонники интерпретации задачи как ситуации, в которой субъект должен действовать четко и явно, включали субъекта в понятие задачи. В методике преподавания математики подобная интерпретации задачи особенно характерна для работ Ю.М. Колягина. Без субъекта, отмечает он, нет никакой задачи. Так как то, что для одного может являться задачей, для другого может таковым не быть [6,8].

Сторонники другой интерпретации задачи не включали субъект в понятие задачи. Наиболее четко и последовательно данная точка зрения разобрана в работах Л.М. Фридмана, определяющего задачу как модель проблемной ситуации, которая выражена с помощью знаков искусственного или естественного языка. Проблемная ситуация, отмечает Фридман, возникает, когда у субъекта в деятельности, направленной на тот или иной объект, возникает трудность, препятствие [22].

Тем не менее проблемная ситуация это не только трудность, препятствие в деятельности субъекта, но и осознанное субъектом затруднение, способ для устранения которого он хочет найти. Таким образом, Л.М. Фридман в понятие проблемной ситуации включает субъекта. Отсюда, задача - это модель ситуации, частью которой является субъект, осознавший затруднение в своей деятельности. Отсюда следует, что появление задачи в деятельности субъекта обусловлено самим субъектом. Другими словами, Л.М. Фридман дал понятию задачи «субъективные гены» [22].

Но отметим, что разные авторы сходятся во мнении по-разному к соотношению понятий «задача» и «проблемная ситуация». Некоторые из них (Л.М. Фридман) рассматривают как основную концепцию понятие проблемной ситуации, при этом некоторые психологи рассматривают субъекта как элемент проблемной ситуации. Другие (С.Л. Рубинштейн) под проблемной ситуацией понимают некоторую объективную ситуацию, в которой начинается мыслительный процесс. Задача, по словам Рубинштейна, заключается в том, что проблемная ситуация, содержащая какие-либо нераскрытые звенья, подвергается логическому и математическому анализу со стороны человека. Другими словами, субъект рассматривается как элемент задачи. Также существует и противоположная точка зрения, в которой первичным звеном рассматривается понятие задачи, а вторичным - понятие проблемной ситуации. Проблемная ситуация оценивается как фактор по отношению к субъекту, в то время как задача определяется объективно [17].

Наиболее распространенным является использование понятия «задача» для определения ситуации, которая включает цель и условия ее реализации. Для термина задача характерны две стороны его рассмотрения: объективная и субъективная. Первая содержит предмет действия, требование, место в системе задач, логическую структуру задачи, определенность или неопределенность или неопределенность условия и т.д. Ко второй относятся способы и средства решения.

В методике обучения математике на протяжении многих лет распространена классификация задач на основе характера требований [4]:

а) задачи на доказательство;

б) задачи на построение;

в) задачи на вычисление.

Длительный успех этой классификации состоит в том, что она позволяет, в какой-то мере, определить метод, которым можно решить задачи каждого типа. Из-за расширения целей обучения и роли задач в их реализации в школьный курс математики начали вводиться задачи, которые не вписываются в традиционную типологию.

Функции задач в процессе обучения определяются по следующей классификации [14]:

а) задачи с дидактическими функциями;

б) задачи с познавательными функциями;

в) задачи с развивающими функциями.

Такая классификация позволяет соответственно осуществлять отбор задач, даже если на практике достаточно сложно разделить указанные типы задач друг от друга. Задачи дидактического характера предназначены для усвоения теоретического материала, при решении задач второго типа ученики углубляют теорию и методы решения задач, задачи третьего типа, которые характеризуются тем, что их содержание и основной курс могут различаться.

Соглашаясь с авторами в целесообразности широкого использования задач в обучении, невозможно согласиться с тем, что развивающие функции присущи только задачам, содержание которых отходит от обязательного курса, расширяя и дополняя его. Обратим внимание, что данная публикация является первой теоретической работой, посвященной исследованию функций задачи (1971).

В последнее время широкое распространение получила типология задач, где каждый тип задач связан с компонентами образовательной деятельности: организационно-действенным, стимулирующим и контрольно-оценочным. Такая система сопоставлений выделяет следующие типы задач [6,8]:

1) задачи, стимулирующие учебно-познавательную деятельность;
2) задачи, организующие и осуществляющие учебно-познавательную деятельность школьников;
3) задачи, в процессе решения которых осуществляется контроль и самоконтроль эффективности учебно-познавательной деятельности.

В зависимости от детализации учебной деятельности классификация будет наполняться более конкретным содержанием:

1) задачи, стимулирующие усвоение знаний, умений и навыков;
2) задачи, в процессе решения которых осуществляется усвоение знаний, умений и навыков;
3) задачи, контролирующие усвоение знаний, умений и навыков.

Далее мы поговорим о методике обучения решения математических текстовых задач. В достаточно общем виде методика решения задач была впервые разработана венгерским математиком Д. Пойа и представлена в книге «Как решать задачу?». В ней выделяется четыре этапа решения задачи [16]:

1) понимание постановки задачи;
2) составление плана решения;
3) осуществление плана;
4) взгляд назад (изучение и анализ плана решения).

Таким образом, методика обучения решения задач предполагает выделение определенного количества навыков и умений, позволяющих решать задачи. Первый этап состоит из действий: выделение условия и требования задачи, объектов и отношений между ними, выполнения рисунка, если он необходим, отметка на нем данных и искомых элементов, краткая запись условия и заключения задачи. Содержание этого этапа, как правило, реализуется на практике.

Второй этап включает анализ условия и требования задачи. Под анализом условия задачи понимаем, что ученик должен выявить ту информацию из текста задачи, которая не задана явно, но предполагается. Анализ требования задачи предполагает выявление возможных вариантов ответа на поставленный в задаче вопрос. Информацию, полученную в результате анализа условия задачи, также можно получить следующим образом [16]:

1) выведением следствий непосредственно из условия задачи;
2) переосмысливанием объектов (фигур, отношений между ними) с точки зрения других понятий;
3) заменой термина его определением;
4) использованием характеристических свойств понятия;
5) интерпретацией символических записей;

6) переводом содержания задачи на язык специальной теории и наоборот.

Наиболее важным элементом умения анализировать требование задачи является умение его преобразования в равносильное. Проблема формирования этого умения непосредственно связана с вооружением учеников, насколько это возможно, признаками и свойствами понятий. Реализация анализа требования задачи подразумевает наличие ассоциаций: осознание термина, определяющего это понятие, - осознание определения этого термина и понятия, определяющего понятие, - осознание его характеристических свойств. Основным и важнейшим компонентом анализа требования задачи является умение составлять вспомогательные задачи, а также умение видеть разные варианты ее решения.

Резюмируя, все, что было упомянуто выше, мы заметим, что обучение решению поставленных задач включает формирование навыков и умений у учеников проводить соответствующие действия по поиску способа решения задачи.

Следующий этап - реализация плана решения - Д. Пойа характеризует следующим образом: реализуя план решение, необходимо контролировать каждый шаг. Особое значение имеет четвертый этап - взгляд назад. Его особенность обусловлена тем, что это хорошая площадка для развития творческой инициативы учеников, самостоятельности мышления [16].

Несмотря на высокий потенциал этого этапа в развитии учащегося, он мало используется учителями на практике. Решение задачи, как правило, заканчивается получением соответствующего ответа или, в лучшем случае, обсуждения на основе и идеи решения. При этом осуществление этого шага должно включать, кроме изучения решения, составление задач-аналогов этой задачи, задачи-обобщения, задачи-конкретизации, задач, которые решаются таким же образом, как и данная задача, поиск разнообразных способов решения этой задачи, их оценка, выбор самого простого. Изучение задачной ситуации может осуществляться извне:

а) способ поиска решения задачи;

б) способ развития ученика;

в) способ систематизации знаний.

Каждая из этих областей служит основой для составления новых задач. Учитывая вышесказанное, можно сделать вывод о том, что суть данного этапа в вопросе не столько «во взгляде назад», сколько «во взгляде вперед».

Фридман Л.М. в своих работах отмечает, что решение задач является работой необычной, так как является умственным трудом. А для каждой работы, предварительно необходимо изучить материал, над которым нужно будет работать, а также инструменты и средства, которые выступят в роли помощников при выполнении работы [22].

Отсюда мы понимаем, что для того, чтобы научиться быстро и правильно решать задачи, необходимо разобраться в том, что они собой представляют: из каких составных частей состоят и каковы инструменты (средства) их решения.

Во всякой задаче мы можем выделить вопрос или требование, на который необходимо найти ответ, с учетом тех условий, которые даются в условии задачи. Таким образом, начиная решать задачу, необходимо внимательно изучить ее, чтобы определить, какие вопросы (требования) нужно решить, установить условия, исходя из которых необходимо решить задачу. Это все и является составляющей анализа задачи.

Получив задание (задачу), мы сначала внимательно читаем ее условие. Первое, что можно отметить в каждой задаче это то, что в ней есть определенные утверждения и требования. Часто требование сформулировано в виде вопроса. Но каждый вопрос включает в себя требование найти ответ на этот вопрос, и поэтому всякий вопрос может быть заменен на требование. Как мы знаем, формулировка каждой задачи состоит из нескольких утверждений и требований. Утверждения задачи называются - условия задачи.

Отсюда следует, что первое, что предстоит сделать в ходе анализа задачи - это разделить ее формулировку на условия и требования. Также необходимо учитывать, что задача может состоять не из одного условия, а из нескольких независимых простейших (элементарных) условий. Требований в задаче также может быть несколько. Поэтому необходимо, чтобы все утверждения и требования задачи были разделены на отдельные элементарные условия и требования. Но при этом, проводя анализ задачи, вычленяя из ее формулировки условие, необходимо соотносить его с требованием задачи. Другими словами, анализ задачи всегда направлен на требование задачи. Проводя анализ условия, можно также отметить, что каждое состоит из нескольких объектов и их краткой характеристики. При этом, если в условии один объект, то его характеристика указывается в виде свойства этого объекта. Если же условие содержит два объекта, то их характеристикой будет являться отношение этих объектов. После анализа задачи ее условие необходимо записать. Записывать словестно неудобно, так как займет достаточно много времени и места. Поэтому логично подобрать более удобную, компактную и простую форму записи условия, которая в тоже время будет достаточно наглядной. Такой формой записи может являться схематическая запись [5].

Обратим внимание, что не для любой задачи необходимо, а главное удобно, делать схематическую запись. Например, для задачи решения уравнений, неравенств, преобразований выражений анализ проводится обычно устный и не оформляется. В общем случае для задач, написанных на символическом языке, схематическая запись не требуется.

Первая отличительная особенность схематической записи задач заключается в широком использовании различных типов символов, обозначений, букв, рисунков и т.д. Вторая особенность заключается в том, что она ясно показывает все условия и требования задачи, а в записи каждого условия указаны объекты и их характеристики, и, наконец, в схематической записи зафиксированы только необходимые для решения моменты, все другие детали, имеющиеся в задаче, отбрасываются.

Для схематической записи задач геометрии (и некоторых других) желательно использовать чертеж фигуры, который представлен в задаче [24].

Задачи, решаемые в школе, различаются в основном по характеру их объектов. В некоторых задачах объектами являются реальные предметы, в других - все объекты математические (числа, геометрические фигуры, функции и т. д). Первый тип задач, в которых, по крайней мере, один объект - это реальный предмет, называются текстовыми (практическими, житейскими, сюжетными), вторые - математические задачи.

В связи с тем, что нашей темой является рассмотрение текстовых задач, мы будем рассматривать именно их.

1.3 Этапы формирования умений решения текстовых задач

Обучение решению математических текстовых задач в школе можно разделить на следующие этапы [9]:

- пропедевтический этап (1 - 4 кл.);
- эмпирический этап (5 - 6 кл.);
- систематический этап (7 - 9 кл.);
- творческий этап (10 - 11 кл.).

К концу четвертого класса (окончание пропедевтического этапа) ученики должны знать:

- отличительные признаки текстовой математической задачи;
- способы оформления краткой записи задачи;
- способы оформления решения задачи;
- рациональный и нерациональный способы решения задачи;
- классификацию задач по сходству их математического смысла;

- составляющие элементы задачи: условие, вопрос, данные и искомое.

А также уметь:

- определять является ли текст задачей;
- выделять элементы задачи;
- дополнять текст недостающими элементами, превращая его в задачу;
- устанавливать соответствие задач в различной формулировке;
- заменять сложную формулировку задачи более простой и понятной;
- анализировать текст задачи: вопрос, количество действий для решения, их порядок и сами действия;
- записывать решение задачи по действиям или сложным выражением.

Решение текстовых задач на эмпирическом этапе традиционно является одним из наиболее важных видов учебной деятельности в пятом и шестом классах. На данном этапе учащиеся развивают логическое мышление, элементарные навыки абстрагирования, математическое моделирование. К окончанию шестого класса школьники должны самостоятельно уметь решать [9,16]:

- задачи на отношения «больше (меньше) на…(в…)»;
- задачи на зависимости (скорость, время, расстояние; цена, количество, стоимость и т.д.);
- задачи на решение алгебраическим методом;
- задачи на использование пропорции;
- задачи на проценты (нахождение процента от числа; числа от процента; процент одного числа от другого).

К окончанию девятого класса, а вместе с тем к концу систематического этапа, учащиеся должны освоить решение следующих задач:

- на смеси, части, проценты;
- на движение (встречное; в одном направлении: из разных пунктов одновременно, из одного пункта в разное время; в противоположном направлении; по реке);
- на процессы (работа, наполнение бассейнов и т.д.), с использованием алгебраического и арифметического методов.

Самым высоким уровнем продуктивности мышления является творческое мышление. Существуют индикаторы, которые позволяют оценить творческое мышление. Это: оригинальность мысли, возможность получения ответов, скорость появления необычных ассоциативных связей; «восприимчивость» к проблеме, ее решение; беглость мысли как количество ассоциаций, идей, которые возникают в единицу времени, в зависимости от конкретной необходимости; способность нахождения новых, необычных функций ответа или его части. Благодаря творческому мышлению проявляется способность к постановке проблем, чувствительность к недостаткам в имеющихся знаниях, возможность строить гипотезы относительно недостающих элементов этих знаний и т.д.

Творческая деятельность учащегося зависит от трех составляющих мышления [13]:

1) высокого уровня сформированности элементарных мыслительных операций: анализ, синтез; сравнение, аналогия; классификация и прочие;
2) высокого уровня активности и неординарности мышления, проявляющихся в разных вариантах решений или в выдвижении нестандартных идей;
3) высокого уровня организованности и целенаправленности мышления, проявляющихся в умении вычленять главное в явлениях и сознании собственных способов мышления.

Задача учителя заключается в формировании этих компонентов мышления. Инструментом могут служить занимательные задачи: задачи-головоломки, на соображение и догадку, нестандартные задачи.

Без занимательных заданий, по словам Н.И. Лобачевского, преподавание не увенчается успехом, потому что занимательность является необходимым средством для возбуждения и поддержания внимания [20].

Все материалы занимательного характера обычно разбивают на три группы:

- материалы, занимательные по форме;
- материалы, занимательные по содержанию;
- материалы, занимательные по форме и содержанию.

Основу занимательности в обучении должны составлять задания, непосредственно связанные с программным материалом. Основным фактором занимательности является вовлечение учеников в творческий поиск, активация самостоятельности в исследовательской деятельности, так как часто бывает, что уникальность занимательной задачи служит мотивом для обучения, развития и воспитания мышления в целом, и творческое, в частности.

Из вышесказанного можно сделать вывод, что продуктивное мышление - один из важнейших элементов процесса развития познавательных способностей учащихся, без целенаправленного развития которого невозможно получить хороших результатов в овладении учащимися системой знаний, умений и математических навыков.

2. Методика изучения текстовых задач в школьном курсе математики

2.1 Этапы, правила и методы решения текстовых задач

Итак, из каких же этапов состоит решение задачи?

Первое, что необходимо сделать, получив задачу, - это разобраться, какого типа задача, каковы ее условия и требования. Таким образом, первый этап решения задачи – анализ [11].

Иногда анализ требуется как-либо оформить. Чаще всего для этого используется схематическая запись - это второй этап.

Проанализировав и схематически, для наглядности, записав задачу, проводится третий этап - поиск решения задачи.

Четвертым этапом является осуществление найденного решения.

Затем необходимо убедиться, что решение проведено правильно и удовлетворяет всем требованиям. Для этого проводится проверка решения, что составляет пятый этап.

В отдельных случаях требуется произвести исследование задачи, то есть установить, при каком условии задача имеет решение и сколько их, а при каком - не имеет решений вовсе. Данные действия составляют шестой этап решения задачи.

Проверив правильность решения и, если необходимо исследовав задачу, нужно четко сформулировать ответ - седьмой этап.

И восьмым этапом проводится анализ решения задачи. Данный этап не обязателен, но полезен как в учебных, так и в познавательных целях, так как при этом можно установить: нет ли другого более рационального способа решения, можно ли обобщить задачу и какие выводы можно сделать из этого решения и т.д.

Таким образом, весь процесс решения задачи производится следующим образом [11]:

1. анализ задачи;
2. схематическая запись задачи;
3. поиск способа решения задачи;
4. осуществление решения задачи;
5. проверка решения задачи;
6. исследование задачи;
7. формулирование ответа задачи;
8. анализ решения задачи.

При этом полезно знать некоторые правила, которые «подскажут» порядок действий при решении любой задачи.

Рассмотрим некоторые из них [12].

1. Словесное правило;

В пример можно привести правило: если произведение крайних членов пропорции равно произведению средних членов, то такая пропорция верна.

2. Правило-формула;

Примером данного правила может послужить формула корней квадратного уравнения.

3. Правило-тождество;

Примером является тождество разности квадратов: разность квадратов двух выражений равна произведению разности этих выражений на их сумму.

4. Правило-теорема;

Примером данного правила может являться теорема Пифагора: в прямоугольном треугольнике квадрат длины гипотенузы равен сумме квадратов длин катетов.

5. Правило-определение;

Примером служит определение квадратного корня: квадратным корнем из неотрицательного числа a называют такое число b, квадрат которого равен a.

Также отметим, что задачи школьного курса, к которым имеются готовые правила или эти правила следуют из определений или теорем, называются стандартными. При этом также возможно, что для выполнения отдельных шагов решения стандартных задач имеются свои определенные правила.

Но если есть стандартные задачи, то должны существовать и нестандартные - задачи, для которых не имеется общих правил и положений, определяющих точную последовательность их решения. Поэтому решение нестандартных задач сводится к двум операциям [23]:

- сведение нестандартной задачи к эквивалентной ей, но уже стандартной;
- разбиение нестандартной задачи на несколько стандартных подзадач.

Но для того, чтобы уметь быстро и правильно решать задачи необходимо еще знать методы их решения. Обычно выделяют четыре метода: алгебраический, геометрический, логический и практический.

Менее популярны методы: переформулировки, использование «лишних» неизвестных и решение в общем виде [8].

Рассмотрим каждый метод немного подробнее.

Алгебраический метод

Решить задачу алгебраическим методом значит составить и решить уравнение или систему уравнений, то есть произвести арифметические действия над числами [12].

Геометрический метод

Решить задачу данным методом значит найти ответ путем использования геометрических построений или свойств геометрических фигур.

Логический метод

Для того чтобы решить задачу логически не нужно выполнять вычисления. Как правило, примерами таких задач являются задачи «на переправы» и для их решения необходимо провести логические рассуждения, составив цепочку действий.

Практический метод

Для того чтобы решить задачу практическим методом необходимо выполнить практические действия с предметами или их копиями (макетами, моделями и т.д.).

Метод переформулировки

Данный метод исключает использование систем уравнений и приводит к переформулировке задачи таким образом, чтобы ответ новой задачи являлся ответом исходной. Но задач, для которых допустима переформулировка, не так много.

Метод «лишних» неизвестных

Данный метод предполагает введение новых неизвестных, при этом их значения для получения ответа находить не требуется. Часто при решении эти неизвестные сокращаются.

Метод решения в общем виде

Подобное решение задачи необходимо в двух случаях:

- значения величин, от которых завит ответ задачи, заменены буквами;
- требуется решить некоторое количество однотипных задач, отличающихся значениями.

Рассмотрим текстовые алгебраические задачи, входящие во вторую часть ОГЭ. Обычно они подразделяются на несколько видов [3].

1. Задачи на движение;
    - движение по прямой;
    - на вычисление средней скорости;
    - движение по кругу;
    - движение по воде.
2. Задачи на смеси, сплавы, проценты;
3. Задачи на совместную работу;

4. Разные задачи.

Данные задачи решаются одним из пяти алгебраических способов:

- составление линейного уравнения;
- составление квадратного уравнения;
- составление рационального уравнения;
- составление дробно-рационального уравнения;
- составление системы уравнений.

2.2 Методика формирования умений решать текстовые задачи

В 9 классе упор при решении текстовых задач делается на алгебраический метод. Реже задачи решаются с помощью арифметического метода. В основном это связано с тем, что к 9 классу ученик уже должен уметь составлять и решать уравнения (неравенства) и их системы. При оценивании решения задачи при проверке ОГЭ также упор критерия делается на составление и решение уравнения.

Рассмотрим некоторые задачи, пошагово разобранные и решенные с помощью алгебраического и арифметического методов.

1. Из пунктов A и B, расстояние между которыми 19 км, вышли одновременно навстречу друг другу два пешехода и встретились в 9 км от A. Найдите скорость пешехода, шедшего из A, если известно, что он шёл со скоростью, на 1 км/ч большей, чем пешеход, шедший из B, и сделал в пути получасовую остановку.

Решение:

Шаг 1. Составим таблицу, занесем в нее данные и составим математическую запись задачи.

Таблица 2.1.

Краткая запись текста задачи

	S	v	t	Остановка	Прошел
Пешеход из A	19 км	x км/ч	$\frac{9}{x}$ ч	$\frac{1}{2}$	9 км
Пешеход из B	19 км	$x - 1$ км/ч	$\frac{10}{x-1}$ ч		10 км

Пусть x км/ч - скорость пешехода, шедшего из пункта A, тогда$(x-1)$ км/ч скорость пешехода, шедшего из пункта B. Время движения пешехода из пункта A до места встречи $\frac{9}{x}$ ч на $\frac{1}{2}$ часа меньше, чем время движения другого пешехода $\frac{10}{x-1}$ ч.

Шаг 2. Составим и решим уравнение.

$\frac{10}{x-1} - \frac{9}{x} = \frac{1}{2}$.

Домножим числитель и знаменатель на недостающий множитель и получим:

$\frac{20x}{2(x-1)} - \frac{18(x-1)}{2x} = \frac{x(x-1)}{2x(x-1)}$.

После преобразования получим квадратное уравнение:

$x^2 - 3x - 18 = 0$.

Решим полученное уравнение через дискриминант:

$D = 3^2 - 4 * 1 * (-18) = 81$.

Найдем корни уравнения:

$x_1 = \frac{3+9}{2*1} = 6$ и $x_2 = \frac{3-9}{2*1} = -3$.

Проверим ОДЗ:

$2x(x+1) \neq 0$;

$2x \neq 0$ и $(x+1) \neq 0$;

$x \neq 0$ и $x \neq -1$.

Так как по условию скорость не может быть отрицательной, то мы получаем ответ 6 км/ч.

Шаг 3. Проверим правильность решения, подставив полученный ответ в исходное уравнение.

$\frac{10}{3-1} - \frac{9}{3} = \frac{1}{2}$;

$\frac{10}{6-1} - \frac{9}{6} = \frac{1}{2}$;

$2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$;

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

Получили верное тождество, следовательно, полученный результат верный.

Ответ: 6.

2. Первые 5 часов автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, следующие 3 часа — со скоростью 100 км/ч, а последние 4 часа — со скоростью 75 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение:

Шаг 1. Составим таблицу, занесем в нее данные и составим математическую запись задачи.

Таблица 2.2.

Краткая запись текста задачи

	5 ч	3 ч	4 ч
v	60 км/ч	100 км/ч	75 км/ч

Шаг 2. Решим задачу по действиям.

$v_{\text{ср}} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$, где $v_{\text{ср}}$- средняя скорость, ΔS - весь путь, Δt - все время.

1) $\Delta t = 5 + 3 + 4 = 12$ (ч) - все время.

2) $v_1 = 5 * 60 = 300$ (км) - проехал за первые 5 ч.

3) $v_2 = 3 * 100 = 300$ (км) - проехал за вторые 3 ч.

4) $v_3 = 4 * 75 = 300$ (км) - проехал за третьи 4 ч.

5) $\Delta S = 300 + 300 + 300 = 900$ (км) - весь путь.

6) $v_{\text{ср}} = \frac{900}{12} = 75$ (км/ч) - средняя скорость.

Ответ: 75.

3. Туристы проплыли на лодке от лагеря некоторое расстояние вверх по течению реки, затем причалили к берегу и, погуляв 3 часа, вернулись обратно через 5 часов от начала путешествия. На какое расстояние от лагеря они отплыли, если скорость течения реки равна 3 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч?

Решение:

Шаг 1. Составим таблицу, занесем в нее данные и составим математическую запись задачи.

Таблица 2.3.

Краткая запись текста задачи

	S	v	t
Туда	x км	$\frac{x}{6+3}$ км/ч	Общее время пути 5 ч, остановка 3 ч
Обратно	x км	$\frac{x}{6-3}$ км/ч	

Пусть x км — расстояние, на которое от лагеря отплыли туристы. Зная, что скорость течения реки — 3 км/ч, а скорость лодки — 6 км/ч, найдём время, за которое они проплыли туда и обратно $t = \frac{x}{6-3} + \frac{x}{6+3}$ ч. Так как три часа они провели на стоянке, то все время пути составляет: t = 5-3 = 2.

Шаг 2. Составим и решим уравнение.

$\frac{x}{3} + \frac{x}{9} = 2$.

Приведем к общему множителю:

$\frac{4x}{9} = 2$.

Выразим s:

$4x = 2*9$;

x = 4,5 (км) - весь путь.

Шаг 3. Проверим правильность решения.

$\frac{4,5}{3} + \frac{4,5}{9} = 2;$

$\frac{3*4,5}{9} + \frac{4,5}{9} = 2;$

$\frac{18}{9} = 2;$

2=2.

Получили верное тождество. Следовательно, полученное решение правильное.

Ответ: 4,5

4. Два мотоцикла стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 16 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 10 км/ч больше скорости другого?

Решение.

Шаг 1. Составим таблицу, занесем в нее данные и составим математическую запись задачи.

Таблица 2.4.

Краткая запись текста задачи

	S	v	t	Пройденный путь
1 мотоциклист	16 км	x км/ч	t ч	$x*t$
2 мотоциклист	16 км	$x + 10$ км/ч	t ч	$(x+10)t$

Пусть x км/ч — скорость первого мотоциклиста, тогда скорость второго мотоциклиста равна $(x+10)$ км/ч. Пусть первый раз мотоциклисты поравняются через t часов. При этом первый проедет $x*t$ км до встречи, а второй - $(x+10)t$ км. По условию они выезжали с диаметрально противоположным точек, поэтому второй должен преодолеть еще 8 км.

Шаг 2. Составим и решим уравнение.

$(x+10)t$ - $x*t = 8$.

Раскроем скобки и приведем подобные:

$10t = 8$;

$t = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ (ч.) - мотоциклисты поравняются первый раз.

Переведем в минуты:

$\frac{4}{5} * 60 = 48$ (мин.)

Шаг 3. Проведем проверку правильности решения.

$\frac{4}{5}(x + 10) - \frac{4}{5}x = 8$

Раскрываем скобки, приводим подобные.

8 = 8.

Получаем верное равенство. Следовательно, полученный результат верный.

Ответ:48

5. Три бригады изготовили вместе 266 деталей. Известно, что вторая бригада изготовила деталей в 4 раза больше, чем первая и на 5 деталей меньше, чем третья. На сколько деталей больше изготовила третья бригада, чем первая.

Решение:

Шаг 1. Составим таблицу, занесем в нее данные и составим математическую запись задачи.

Таблица 2.5.

Краткая запись текста задачи

	Детали	Всего
1 бригада	x	266 д.
2 бригада	$4x$	
3 бригада	$4x + 5$	

Пусть x деталей изготовила первая бригада, тогда $4x$ деталей изготовила вторая бригада, а $(4x + 5)$ деталей изготовила третья бригада.

Зная, что всего три бригады изготовили 266 деталей, составим и решим уравнение.

Шаг 2. Решим задачу по действиям. В качестве первого действия решим уравнение.

1) $x + 4x + 4x + 5 = 266$.

Приведем подобные:

$9x = 261$;

$x = 29$ (дет.) - изготовила первая бригада.

2) 4*29 + 5 = 121 (дет.) - изготовила третья бригада.

3) 121 - 29 = 92 (дет.) - больше изготовила третья бригада.

Ответ: 92

6. Смешав 60%–ый и 30%–ый растворы кислоты и добавив 5 кг чистой воды, получили 20%–ый раствор кислоты. Если бы вместо 5 кг воды добавили 5 кг 90%–го раствора той же кислоты, то получили бы 70%–ый раствор кислоты. Сколько килограммов 60%–го раствора использовали для получения смеси?

Решение:

Шаг 1. Составим таблицу, занесем в нее данные и составим математическую запись задачи.

Таблица 2.6.

Краткая запись текста задачи

	60% раствор	30% раствор	90% раствор	Смесь 1	Смесь 2
Масса раствора	x	y	5	$x + y +5$	$x + y +5$
% кислоты	60%	30%	90%	20%	70%
Масса кислоты	$0,6x$	$0,3y$	0,9*5	$0,2(x + y +5)$	$0,7(x + y +5)$

Пусть x кг 60%-ого раствора, а y кг 30%-ого раствора, тогда массы кислот в данных растворах $0,6x$ и $0,3y$, соответственно. Масса получившегося раствора при добавлении 5 кг воды равна $(x + y + 5)$ кг, тогда так как растворы использовали полностью и добавили чистой воды, то масса кислоты в получившейся смеси равна $0,2(x + y + 5)$ кг. Получили первое уравнение:

$0,6x + 0,3y = 0,2(x + y + 5)$.

Если бы добавили 5 кг 90%-ого раствора, то есть 0,9*5, то масса кислоты в получившемся растворе стала бы равна $0,7(x + y + 5)$. Получили второе уравнение:

$0,6x + 0,3y + 0,9*5 = 0,7(x + y + 5)$.

Шаг 2. Составим и решим систему уравнений.

$$\begin{cases} 0,6x + 0,3y = 0,2(x + y + 5), \\ 0,6x + 0,3y + 0,9 * 5 = 0,7(x + y + 5); \end{cases}$$

Домножим каждое уравнение системы на 10, чтобы избавиться от десятичных дробей:

$$\begin{cases} 6x + 3y = 2(x + y + 5), \\ 6x + 3y + 9 * 5 = 7(x + y + 5); \end{cases}$$

Раскроем скобки и приведем подобные:

$$\begin{cases} 4x + y = 10, \\ -x - 4y = -10; \end{cases}$$

Выразим y из первого уравнения системы и, использую метод подстановки решим второе уравнение системы:

$$\begin{cases} y = 10 - 4x, \\ -x - 4(10 - 4x) = -10; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 10 - 4x, \\ -x - 4(10 - 4x) = -10; \end{cases}$$

Решаем второе уравнение системы:

$15x = 30;$

$x = 2$ (кг) - 60%-ого раствора.

Шаг 3. Проведем проверку.

Найдем y.

$y = 10 - 4 * 2;$

$y = 2.$

Подставим полученные значения x и y в первоначальную систему уравнений.

$$\begin{cases} 0{,}6 * 2 + 0{,}3 * 2 = 0{,}2(2 + 2 + 5), \\ 0{,}6 * 2 + 0{,}3 * 2 + 0{,}9 * 5 = 0{,}7(2 + 2 + 5); \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1{,}2 + 0{,}6 = 0{,}2 * 9, \\ 1{,}2 + 0{,}6 + 4{,}5 = 0{,}7 * 9; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1{,}8 = 1{,}8, \\ 6{,}3 = 6{,}3. \end{cases}$$

Получили верные тождества в обоих уравнениях. Следовательно, найденные решения верны.

Ответ: 2

7. Двузначное число в четыре раза больше суммы его цифр. Если к этому числу прибавить произведение его цифр, то получится 32. Найдите это двузначное число.

Решение:

Шаг 1. Составим математическую запись задачи.

Пусть x – цифра десятков, а y – цифра единиц. По условию число в 4 раза больше суммы цифр, а сумма числа и произведения его цифр равна 32.

Шаг 2. Составим и решим систему уравнений.

$$\begin{cases} 10x + y = 4(x + y), \\ 10x + y + xy = 32; \end{cases}$$

Раскроем скобки, приведем подобные:

$$\begin{cases} 3y = 6x, \\ 10x + y + xy = 32; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x, \\ 10x + 2x + 2x^2 = 32; \end{cases}$$

Решим второе уравнение системы:

$2x^2 + 12x - 32 = 0;$

$x^2 + 6x - 16 = 0;$

По теореме Виета:

$x_1 = 2,\ x_2 = -8.$

Цифра числа не может быть отрицательной, поэтому $x_2 = -8$ посторонний корень.

Найдем y.

$y = 2 * 2;$

$y = 4.$

Отсюда имеем, что искомое число 24.

Ответ: 24

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Текстовые задачи являются важным средством обучения математике. С их помощью учащиеся получают опыт работы с величинами, постигают взаимосвязи между ними, получают опыт применения математики к решению практических задач. Использование арифметических способов решения задач развивает смекалку и сообразительность, умение ставить вопросы, отвечать на них, то есть развивает естественный язык. А использование алгебраического метода учит анализировать и правильно вычленять главное.

При работе с текстовыми задачами, прежде всего, необходимо донести до учеников, что важно не столько решить задачу, сколько научиться решать задачи, догадываться, рассуждать, обосновывать или опровергать свои догадки и уметь проверять полученный результат.

В результате теоретического анализа проблемы была изучена психолого-педагогическая литература по теме. Определено что такое задача - это модель ситуации, частью которой является субъект, осознавший затруднение в своей деятельности. Рассмотрены различные взгляды на понятие задачи. Разобраны классификации задач.

Также была изучена учебно-методическая литература, направленная на обучение решению текстовых задач. Особое внимание было отведено этапам их решения:

1. анализ задачи;
2. схематическая запись задачи;
3. поиск способа решения задачи;
4. осуществление решения задачи;
5. проверка решения задачи;
6. исследование задачи;

7. формулирование ответа задачи;
8. анализ решения задачи.

Были рассмотрены различные методы решения текстовых задач. Но так как в 9 классе упор делается на алгебраический метод, то ему было уделено больше внимания.

В исследовании нами были разработаны урок закрепления материала на тему «Решение текстовых задач» и комплекс заданий для самостоятельной подготовки к решению задания 22 ОГЭ.

Таким образом, все поставленные задачи были решены, и тем самым, цель достигнута. Данная работа может быть использована в учебном процессе учителями математики общеобразовательных школ, а также старшеклассниками при подготовке к ОГЭ.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Балл, Г.А. О психологическом содержании понятия «задача» / Г.А. Балл // Вопросы психологии.– 1970.– № 5.– 81-87 с.
2. Гусев, В.А. Психолого-педагогические основы обучения математике / В.А. Гусев.- М.: ООО Изд. «Вербум М», ООО Изд. центр «Академия», 2003.- 432с.
3. Демидова, Т.Е. Теория и практика решения текстовых задач / Т.Е. Демидова.- М.: «Академия», 2002.- 288с.
4. Захарова, А.Е. Текстовые задачи в курсе алгебры основной школы. Учебно-методические материалы спецкурса / А.Е. Захарова.– М.: Прометей, 2002.
5. Кац М.Г. Использование графиков при решении задач на составление уравнений / М.Г. Кац // Математика в школе. - 1996. - №2 – 22-25 с.
6. Колягин, Ю.М. Задачи в обучении математике. Часть 2. Обучение математике через задачи и обучение решению задач / Ю.М. Колягин.- М.: Просвещение, 1977.- 204 с.
7. Колягин, Ю.М. Задачи в обучении математике: Кн. для учителей / Ю.М. Колягин.- М.: просвещение,1977.- 104 с.
8. Колягин, Ю.М. Учись решать задачи: Кн. для учащихся / Ю.М. Колягин, В.А. Оганесян.- М.: Просвещение, 1980.- 96 с.
9. Крутецкий, В.А. Психология математических способностей школьников / В.А. Крутецкий.– М.: Просвещение, 1968.– 432 с.
10. Кулагина, И.Ю. Возрастная психология: Учебное пособие / И.Ю. Кулагина.– 3-е изд.– М.: УРАО, 1997.–176 с.
11. Лебедев, В.С. Анализ и решение текстовых задач. Алгоритмизация / В.С. Лебедев // Математика.- 2000.- №41.- 8- 10 с.

12.Левитас, Г.Г. Об алгебраическом решении текстовых задач / Г.Г. Левитас// Математика в школе.- 2000.- № 8.- 13 – 14 с.
13.Мухина, В.С. Возрастная психология: феноменология развития, детство, отрочество: Учеб. для студ. Вузов / В.С. Мухина.- 4-е изд. стереотип.- М.: Изд. центр «Академия», 1999.- 456 с.
14.Нешков, К.И. Функции задач в обучении /К.И. Нешков, А.Д Семушин.- 5-е изд.- М.: Просвещение, 1971. - 285 с.
15.Никифоров Н.И. К изучению темы «Решение задач с помощью уравнений» / Н.Н. Никифоров // Математика в школе. - 1994. - №2. – 12-14 с.
16.Пойа Д. Как решать задачу: Пособие для учителей / Д. Пойа.- 2-е изд.- М.: Государств. учеб. - педагогич. изд. министерства просвещения РСФСР, 1961.- 205 с.
17.Психология. Словарь / под общ. ред А. В. Петровского.- 2 - е изд., испр. и доп. М.: Политиздат, 1990.- 490 с.
18.Саранцев, Г.И. Упражнения в обучении математике / Г.И. Саранцев.– М.: Просвещение, 2005.– 255 с.
19.Сборник заданий для ОГЭ [Образовательный портал для подготовки к экзаменам]. –URL: https://oge.sdamgia.ru/
20.Старинные занимательные задачи / под ред. С. Н. Олехник.- М.: Изд. отдел УНЦ ДО МГУ, 1996.- 152 с.
21.Ткачева, М.В. Домашняя математика: Кн. для учащихся 9 кл. общеобразоват. учреждений / М.В. Ткачева.– М.: Просвещение, 1998.– 303 с.
22.Фридман, Л.М. Как научиться решать задачи: Кн. для учащихся 10-11 классов / Л.М. Фридман.– М.: Просвещение, 2004.– 255 с.
23.Фридман, Л.М. Сюжетные задачи по математике. История, теория, методика. Учеб. пос. для учителей и студентов педвузов и колледжей / Л.М. Фридман.– М.: Школьная пресса, 2002.– 205 с.

24.Цукарь А.Я. Схематизация и моделирование при решении текстовых задач / А.Я. Цукарь // Математика в школе. - 1998. - №5.- 48-54 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

План-конспект урока на тему «Решение текстовых задач»

Предмет, класс: Математика, 9 класс.

Цель урока: повторить, обобщить и систематизировать знания обучающихся для успешной сдачи ОГЭ.

Задачи урока:

Образовательные:

- систематизировать знания и умения учащихся решать текстовые задачи.

Развивающие:

- совершенствование, развитие, углубление знаний, умений, навыков по решения текстовых задач;
- развитие мыслительной деятельности: умение анализировать, обобщать, сравнивать;
- развитие творческой деятельности: смекалки;
- развитие математической речи и графической культуры, памяти

Воспитательные:

- формирование мировоззрения с помощью взаимосвязанной системы знаний по данной теме;
- формирование обще учебных навыков: вычислительных, эстетических навыков при оформлении записей;
- формирование качеств личности: трудолюбия, самостоятельности, стремления к самореализации.

Тип урока: урок закрепления и комплексного применения ЗУН.

Форма организации урока: урок-практикум.

Структура урока.

1. Организационный момент. (1-2 мин.)
2. Актуализация знаний. (3-5 мин.)
3. Обобщение и закрепление материала (30-35 мин.)
4. Подведение итогов урока. (3-5 мин.)
5. Сообщение домашнего задания. (2-3 мин.)

Ход урока:

Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность ученика
1. Организационный момент	- Здравствуйте! Присаживайтесь. - Кто отсутствует на уроке? - Запишите в тетради число, классная работа и тема урока «Решение текстовых задач». - Сегодня на уроке мы: • систематизируем знания и умения решения текстовых задач.	- Приветствие. - Дежурные отвечают. - Дети записывают в тетради число, классная работа и тему. - Дети слушают.
2. Актуализация знаний	- Итак, какие виды текстовых задач мы знаем? - Что является основными компонентами задач на движение?	- Задачи на движение, на совместную работу, на смеси, сплавы и проценты. А также разные задачи. - Основными компонентами данного типа задач являются путь (S), скорость (v) и время (t). А также их связь, выражаемая формулами: $S = vt$, $v = \frac{S}{t}$, $t = \frac{S}{v}$. При этом все величины должны

	- А теперь давайте вспомним последовательность решения задач на совместную работу. - В чем особенность решения задач на смеси, сплавы и проценты?	быть в одной системе единиц. - При решении задач на совместную работу мы всю работу принимаем за единицу, если не дано другого. Находим производительность труда каждого рабочего. Находим ту часть работы, которую выполняет каждый рабочий, за время, которое работал. Составляем уравнение. - Чтобы решить задачи данного типа, необходимо правильно обозначить переменными составляющие смесей (сплавов). Например, если x кг масса раствора, ax кг масса растворенного вещества.
3. Обобщение и закрепление материала	- А теперь перейдем к практическому закреплению знаний. **- Задачи на движение.** **Задача 1.** Из A в B по течению реки отправился плот. А через час вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт B тотчас повернула обратно и возвратилась в A. К этому времени плот удалился от A на расстояние 24 км. Пристань A расположена в 120 км от пристани B. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч. **Решение:** 1. Составим таблицу, занесем в нее данные и составим математическую запись задачи.	- Дети решают задачи в тетрадях и на доске.

	S (км)	v (км/ч)	t (ч)
Плот	24	2	12
Яхта (по течению)	120	$x + 2$	$\frac{120}{x+2}$
Яхта (против течения)	120	$x - 2$	$\frac{120}{x-2}$

Пусть x км/ч — скорость яхты в неподвижной воде, тогда скорость яхты по течению равна $\frac{120}{x+2}$ км/ч, а против - $\frac{120}{x-2}$ км/ч. По условию яхта вышла на 1 ч позже плота, проплыла до пристани B и вернулась в A. Зная, что плот за это время проплыл 24 км, составим и решим уравнение:

$\frac{120}{x+2} + \frac{120}{x-2} + 1 = 12.$

2. Решаем полученное уравнение.

$\frac{120}{x+2} + \frac{120}{x-2} + 1 = 12;$

Приведем к общему знаменателю, приведем подобные.

$\frac{120x-240+120x+240}{(x-2)(x+2)} = \frac{11(x^2-4)}{(x-2)(x+2)};$

$\frac{-11x^2+240x+44}{(x-2)(x+2)} = 0;$

ОДЗ:

$x \neq \pm 2.$

$11x^2 - 240x - 44 = 0;$

$D = 57600 - 4 * 11 * (-44) = 59536;$

$\sqrt{D} = 244;$

$x = \frac{240+244}{2*11} = \frac{484}{22} = 22$ (км/ч).

Так как второй корень получится отрицательным, а скорость не может быть выражена отрицательным числом, то ответ 22 км/ч.

Ответ: 22

- Задачи на совместную работу.

Задача 2.

Две трубы, работая вместе, наполнили бассейн за 12 часов. Первая труба, работая отдельно, наполняет бассейн на 18 часов быстрее, чем вторая. За сколько часов наполняет бассейн вторая труба.

Решение:

1. Составим таблицу, занесем в нее данные и составим математическую запись задачи.

	A	t	P
1 труба	1	x - 18	$\frac{1}{x-18}$
2 труба	1	x	$\frac{1}{x}$
1 и 2 трубы	1	12	$\frac{1}{12}$

Пусть x ч — время 2 трубы, тогда (x – 18) ч – время 1 трубы. Зная, что 2 трубы вместе наполняют бассейн за 12 ч, составим и решим уравнение:

$\frac{1}{x-18} + \frac{1}{x} = \frac{1}{12}$.

2. Решаем полученное уравнение.

$\frac{1}{x-18} + \frac{1}{x} = \frac{1}{12}$;

Приведем к общему знаменателю, приведем подобные.

$$\frac{12x+12x-216-x^2+18x}{12x(x-18)}=0;$$

ОДЗ:

$x \neq 0$ и $x \neq 18;$

$x^2-42x+216=0;$

$D=1764-4*216=900;$

$\sqrt{D}=30;$

$x_1=\frac{42+30}{2}=36$ или $x_2=\frac{42-30}{2}=6;$

x = 6 не удовлетворяет условию задачи.

Ответ: 36

- Задачи на смеси и растворы.

Задача 3.

Смешали 30%-й раствор соляной кислоты с 10%-м и получили 600 г 15%-го раствора. Сколько граммов каждого раствора было взято?

Решение:

1. Составим таблицу, занесем в нее данные и составим математическую запись задачи.

	30% раствор	10% раствор	Смесь
Масса раствора	x г	y г	600 г
% кислоты	30%	10%	15%
Масса кислоты	0,3x г	0,1y г	0,15*600 г

Пусть x г 30%-ого раствора, а y г 10%-ого раствора,

	тогда массы кислот в данных растворах 0,3x и 0,1y, соответственно. Масса получившегося раствора 600 г, тогда так как растворы использовали полностью, то масса кислоты в получившейся смеси равна 0,15*600 г. Составим и решим систему уравнений: $\begin{cases} x+y=600, \\ 0{,}3x+0{,}1y=90; \end{cases}$ 2. Решаем полученную систему. $\begin{cases} x+y=600, \\ 0{,}3x+0{,}1y=90; \end{cases}$ Домножим второе уравнение системы на 10, чтобы избавиться от дробей. А из первого выразим x. $\begin{cases} x=600-y, \\ 3x+y=900; \end{cases}$ Решаем второе уравнение системы. $3(600-y)+y=900;$ $2y=900;$ $y=450$ (г) – 2 раствор. Подставим полученное значение в первое уравнение системы. $x=600-450;$ $x=150$ (г) – 1 раствор. Ответ: 150; 450	
4. Подведение итогов урока	-Итак, сегодня на уроке все работали хорошо. Отметки сегодня получают…	-Дети слушают учителя.
5. Сообщение д/з	- Ребята, откройте тетради и перепишите задачи, которые необходимо решить дома.	-Дети записывают в тетради д/з.

	1. Моторная лодка прошла 48 км по течению реки, и вернулся обратно, потратив на весь путь 7 часов. Скорость течения реки равна 2 км/час. Скорость течения реки равна 2 км/час. Найдите скорость лодки в неподвижной воде. 2. Две машины, работая вместе, могут расчистить каток за 20 минут. Если первая машина будет работать 25 минут, а затем её сменит вторая, то она закончит расчистку катка через 16 минут. За сколько времени может расчистить каток каждая из машин, работая отдельно?	

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Комплекс заданий для самостоятельной подготовки к решению задания 22 ОГЭ (с решением)

1. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 165 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 18 часов после отплытия из него.

Решение:

Шаг 1. Составим таблицу, занесем в нее данные и составим математическую запись задачи.

	S (км)	v (км/ч)	t (ч)
По течению	165	$x + 4$	18
Против течения	165	$x - 4$	

Пусть x км/ч скорость теплохода в неподвижной воде, тогда (x + 4) км/ч скорость по течению и (x – 4) км/ч скорость против течения. Зная, что в пункт отправления теплоход вернулся через 18 ч, а стоянка длилась 5 ч, составим и решим уравнение:

$\frac{165}{x+4} + \frac{165}{x-4} = 13.$

Шаг 2. Решаем полученное уравнение.

$\frac{165}{x+4} + \frac{165}{x-4} = 13;$

$\frac{165(x-4)+165(x+4)}{(x-4)(x+4)} = \frac{13(x^2-16)}{(x-4)(x+4)};$

$\frac{330x-13x^2+208}{(x-4)(x+4)} = 0;$

ОДЗ:

$x \neq \pm 4;$

$13x^2 - 330x - 208 = 0;$

$D = 108900 - 4 * 13 * (-208) = 119716;$

$\sqrt{D} = 346;$

$x_1 = \frac{330+346}{2*13} = \frac{676}{26} = 26$ (км/ч) собственная скорость теплохода;

$x_2 = \frac{330-346}{2*13} = \frac{-16}{26} = -\frac{8}{13}$ – посторонний корень.

Ответ: 26

2. Первые 500 км автомобиль ехал со скоростью 100 км/ч, следующие 100 км — со скоростью 50 км/ч, а последние 165 км — со скоростью 55 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение:

Шаг 1. Составим таблицу, занесем в нее данные и составим математическую запись задачи.

	500 км	100 км	165 км
v (км/ч)	100	50	55

Шаг 2. Решим задачу по действиям.

$v_{\text{ср}} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$, где $v_{\text{ср}}$- средняя скорость, ΔS - весь путь, Δt - все время.

1) $\Delta S = 500 + 100 + 165 = 765$ (км) – весь путь.

2) $t_1 = \frac{500}{100} = 5$ (ч) - проехал за первые 500 км.

3) $t_2 = \frac{100}{50} = 2$ (ч) - проехал за вторые 100 км.

4) $t_3 = \frac{165}{55} = 3$ (ч) - проехал за третьи 165 км.

5) $\Delta t = 5 + 2 + 3 = 10$ (ч) – все время.

6) $v_{\text{ср}} = \frac{765}{10} = 76{,}5$ (км/ч) - средняя скорость.

Ответ: 76,5

3. Первый сплав содержит 5% меди, второй — 13% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 4 кг. Из этих двух сплавов

получили третий сплав, содержащий 10% меди. Найдите массу третьего сплава.

Решение:

Шаг 1. Составим таблицу, занесем в нее данные и составим математическую запись задачи.

	5% сплав	13% сплав	Смесь
Масса сплава	x	$x + 4$	$x + x + 4$
% меди	5%	13%	10%
Масса меди	$0{,}05x$	$0{,}13(x + x + 4)$	$0{,}1(x + x + 4)$

Пусть x кг 5%-ого сплава, а $(x + 4)$ кг 13%-ого сплава, тогда массы меди в данных сплавах $0{,}05x$ и $0{,}13(x + 4)$, соответственно. Масса получившегося сплава $(x + x + 4)$ кг, тогда так как сплава использовали полностью, то масса меди в получившейся смеси равна $0{,}1(x + x + 4)$ кг. Составим и решим уравнение:

$0{,}05x + 0{,}13(x + 4) = 0{,}1(x + x + 4)$.

Шаг 2. Решаем полученное уравнение.

Домножим левую и правую части уравнения на 100, чтобы избавиться от дробей.

$5x + 13(x + 4) = 10(x + x + 4)$;

$-2x = -12$;

$x = 6$ (кг) – масса меди в сплаве.

6 + 6 + 4 = 16 (кг) – масса сплава.

Ответ: 16

4. Первый велосипедист выехал из посёлка по шоссе со скоростью 18 км/ч. Через час после него со скоростью 16 км/ч из того же посёлка в том же направлении выехал второй велосипедист, а ещё через час — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 4 часа после этого догнал первого.

Решение:

Шаг 1. Составим таблицу, занесем в нее данные и составим математическую запись задачи.

	v	t_1	S_1	t_2	S_2
1 велосипедист	18	t	$18t$	$t + 4$	$18(t + 4)$
2 велосипедист	16	$t - 1$	$16(t - 1)$	$t + 3$	$16(t + 3)$
3 велосипедист	x	$t - 2$	$x(t - 2)$	$t + 2$	$x(t + 2)$

Пусть x км/ч – скорость 3 велосипедиста. Через t ч после выезда 1 велосипедиста произойдет встреча 3 и 2 велосипедистов, которые проделают путь $x(t - 2)$ км и $16(t - 1)$ км соответственно. Через 4 ч после этого, т.е. к моменту времени $(t + 4)$ ч 3 велосипедист догонит 1. Их путь составит $x(t + 2)$ и $18(t + 4)$ км соответственно. Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} x(t-2) = 16(t-1), \\ x(t+2) = 18(t+4); \end{cases}$$

Шаг 2. Решим полученную систему уравнений.

$$\begin{cases} x(t-2) = 16(t-1), \\ x(t+2) = 18(t+4); \end{cases}$$

$$\begin{cases} xt - 2x = 16t - 16, \\ xt + 2x = 18t + 72; \end{cases}$$

$$\begin{cases} xt - 17t = 28, \\ xt + 2x = 18t + 72; \end{cases}$$

$$\begin{cases} t(x - 17) = 28, \\ xt + 2x - 18t = 72; \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = \frac{28}{(x-17)}, \\ x\frac{28}{(x-17)} + 2x - 18\frac{28}{(x-17)} = 72; \end{cases}$$

Решим 2 уравнение системы.

$$x\frac{28}{(x-17)} + 2x - 18\frac{28}{(x-17)} = 72;$$

$$\frac{28x + 2x(x-17) - 504 - 72(x-17)}{(x-17)} = 0;$$

$$\frac{2x^2 - 78x + 720}{(x-17)} = 0;$$

ОДЗ:

$x = 17;$

$x^2 - 39x + 360 = 0;$

$D = 1521 - 4 * 360 = 81;$

$x_1 = \frac{39+9}{2} = 24$ и $x_2 = \frac{39-9}{2} = 15$.

Так как для того, чтобы обогнать первого и второго велосипедистов, у третьего скорость должна быть больше, чем у каждого из них, то $x_2 = 15$ является посторонним корнем.

Ответ: 24