

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
**«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
( Н И У « Б е л Г У » )

ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНОГО  
ОБРАЗОВАНИЯ

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ

**РЕШЕНИЕ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ ПО АЛГЕБРЕ В 7-9 КЛАССАХ  
ПУТЕМ СОСТАВЛЕНИЯ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ**

Выпускная квалификационная работа  
обучающейся по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое  
образование, профиль Математика  
очной формы обучения, группы 02041402  
Шаповаловой Марины Вячеславовны

Научный руководитель  
к.ф.- м.н., доцент  
Сокольский А.Г.

БЕЛГОРОД 2018

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА I. НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОРГАНИЗАЦИИ ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ В 7-9 КЛАССАХ ПУТЕМ СОСТАВЛЕНИЯ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ.....	6
1.1. Некоторые сведения из истории появления задач на составление уравнений.....	6
1.2. Психолого-педагогические основы формирования умений решать текстовые задачи.....	10
1.3. Роль и место текстовых задач в курсе алгебры. Типология текстовых задач.....	16
1.4. Этапы решения текстовых задач путем составления уравнений и систем уравнений.....	20
ГЛАВА II. ФОРМИРОВАНИЕ УМЕНИЙ И НАВЫКОВ РЕШЕНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИКЕ ПУТЕМ СОСТАВЛЕНИЯ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ.....	26
2.1. Диагностика уровня сформированности умений учащихся решать текстовые задачи по математике.....	26
2.2. Программа и разработка элективного курса: «Решение текстовых задач: сложности и пути их решения».....	32
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	54
СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	56
ПРИЛОЖЕНИЕ.....	58

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность.** Данная тема очень актуальна в настоящее время, потому что у большей части учеников основной школы возникают трудности при решении текстовых задач. Причин, из-за которых возникают такие трудности, очень много, но все они взаимосвязаны. У большинства учеников это устоявшийся страх перед самой задачей. Этот страх возникает от того что они просто не имеют общих представлений о рассматриваемых в задачах процессах, не умеют правильно устанавливать, что дано и что надо найти в задаче, а также выявлять по тексту взаимосвязи рассматриваемых в задачах величин.

Еще одни не менее важные проблемы это незнание этапов решения задач, непонимание цели своей деятельности на каждом из этапов, неумение решать уравнения и системы уравнений. Ученики, которые не справляются с решением текстовых задач, как правило, не обладают необходимыми приемами рассуждения при решении таких задач, а также не знают общих приемов решения задач.

Причиной того что ребенок не может решать задачи может служить его индивидуальные особенности. Возможно, у него плохая память, затруднено восприятие, а также слабое владение анализом и синтезом.

Люди, которые любят и интересуются математикой, безусловно, умеют решать задачи. Таким образом, если мы научим детей владеть умением решать текстовые задачи, то мы окажем существенное влияние на их интерес к математике, а также на развитие мышления и речи.

Весь процесс по решению задач при определенных методиках оказывает положительное влияние на интеллектуальное развитие учеников, потому что он требует выполнения умственных операций: анализа и синтеза, конкретизации и абстрагирования, сравнения и обобщения.

Текстовые задачи, в особенности практически ориентированные, обеспечивают связь математики с реальной жизнью ребенка. Умение решать

задачи является показателем обучаемости, способности к дальнейшей самостоятельной учебной деятельности.

В обучении математике задачи выступают как цель и средство обучения. Именно этим и определяется их место в процессе обучения математике. Также задачи служат основным дидактическим целям, формируют всю систему знаний, творческое мышление обучающихся, способствуют развитию интеллекта и выполняют познавательную роль в обучении [11].

**Проблема исследования** - каковы особенности решения текстовых задач путем составления уравнений и систем уравнений.

**Объект исследования** - обучение решению текстовых задач по алгебре с помощью составления уравнений и систем уравнений.

**Предмет исследования** - процесс решения текстовых задач в курсе алгебры в 7-9 классах путем составления уравнений и систем уравнений.

**Гипотеза исследования** - если систематически и целенаправленно решать текстовые задачи, то уровень умения и навыков учащихся повысится.

**Цель данной дипломной работы:** изучить специфические особенности и пути совершенствования процесса обучения учащихся решению текстовых задач с помощью составления уравнений и систем уравнений.

**Задачи дипломной работы:**

- Рассмотреть некоторые сведения из истории появления задач на составление уравнений и систем уравнений;
- Изучить психолого-педагогическую и учебно-методическую литературу по данной теме;
- Определить роль и место текстовых задач по математике;
- Рассмотреть типологию текстовых задач и этапы их решения;
- Выявить уровень сформированности умений учащихся решать текстовые задачи по математике;

- Разработать программу элективного курса «Решение текстовых задач: сложности и пути их решения».

# ГЛАВА I. НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОРГАНИЗАЦИИ ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ В 7-9 КЛАССАХ ПУТЕМ СОСТАВЛЕНИЯ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ

## 1.1. Некоторые сведения из истории появления задач на составление уравнений

Необходимость в решении практических задач возникла еще в глубокой древности. Люди пытались отыскать различные способы решения таких задач. Текстовые задачи изначально были «движущей силой» развития математики.

Задачи, решаемые с помощью уравнений, встречаются во многих текстах глубокой древности. Такие задачи решались еще в Древнем Египте и Вавилоне. Примером могут служить записи, написанные около 1850 г. до н. э. в Московском папирусе, который представляет собой свиток, изготовленный из растений. В папирусе Ахмеса, содержатся задачи, в которых неизвестное имеет особый символ и название: «хау» или «аха». Эти выражения означают «количество», «куча». Так называемое «исчисление кучи», или «вычисление хау», приблизительно похоже на современное решение задач с помощью уравнений [5].

Различные математические знания были связаны с практическими нуждами людей, такими как: летоисчисление, вычисление поголовья и стоимости скота, определение прибыли от урожая и т.д [22]. Древнейшая русская математическая рукопись, сохранившаяся до наших дней, датируется 1136 годом. Автором данной записки был новгородский дьякон и «чистолобец» Кирик. В рукописи содержатся задачи на суммирование прогрессий, связанные с приплодом коров и овец, исчисление количества месяцев, недель и дней, прошедших со дня отворения мира, вычисление

размеров Солнца и Луны по астрономическим данным. Все требовало и требует прикладных математических знаний [5].

Теория уравнений интересовала и интересует математиков различных времен и народов.

Благодаря решению различных задач с помощью уравнений и возникла сама алгебра. Чаще всего в задачах необходимо найти одну или несколько неизвестных. Задачи данного вида сводятся к решению одного или системы нескольких уравнений. Некоторые алгебраические приемы решения уравнений, были известны еще 4000 лет назад в Древнем Вавилоне. Ученые Древней Греции также от них не отставали и знали много различных свойств, правил и действий над величинами. Однако выражали они их в геометрической форме.

Постепенно алгебра освобождалась от геометрической формы, и создавались буквенные символика. Первоначально этот процесс начался в Древней Греции Диофантом, а затем был продолжен в Индии и в Европе. Буквенная символика оказалась намного удобнее для записи алгебраических выражений, и их преобразований. В истории развития алгебры она вырабатывалась на протяжении многих столетий [1].

Любую алгебраическую задачу можно записать как словами, так и символами. Решим же предложенные задачи именно таким путем.

К первым, самым древним задачам на составление уравнений, относятся некоторые задачи, содержащиеся в древнеегипетском Московском папирусе [5]. (Этот папирус хранится в музее изобразительных искусств в Москве, он изучен и расшифрован русскими учеными.). Рассмотрим одну из таких задач Московского папируса:

**Задача:** *«Число и его половина составляют 9». Найти число.*

В современной записи уравнение к решению этой задачи будет иметь вид:

$$x + \frac{1}{2}x = 9;$$

$$3x = 18;$$

$$x=6$$

Следовательно, это число равно 6.

Еще в древности необходимость решать уравнения первой и второй степени была вызвана потребностью решать задачи связанные, с земледелием, строительством, торговлей, а также с земельными работами военного характера и развитием самой математики. Квадратные уравнения умели решать около 2000 лет до н. э. вавилоняне [5].

В «Арифметике» Диофанта нет систематического изложения алгебры, однако в ней содержится систематизированный ряд задач, сопровождаемый объяснениями и решаемых при помощи составления уравнений разных степеней.

При составлении уравнений Диофант для упрощения решения умело выбирает неизвестные.

Вот, к примеру, одна из его задач.

**Задача:** *«Найти два числа, зная, что их сумма равна 20, а произведение - 96»*[1].

Диофант рассуждал следующим образом: из условия задачи вытекает, что искомые числа не равны, так как если бы они были равны, то их произведение равнялось бы не 96, а 100. Таким образом, одно из них будет больше половины их суммы, т.е.  $(10+x)$ , другое же меньше, т.е.  $(10 - x)$ . Разность между ними  $2x$ . Отсюда следует уравнение:

$$(10 + x)(10 - x)=96, \text{ или же } 100 - x^2=96,$$

$$x^2-4=0$$

$$x=2$$

Одно из искомых чисел равно 12, другое 8. Если мы решаем эту задачу, выбирая в качестве неизвестного одно из искомых чисел, то мы придем к решению уравнения

$$y(20-y)=96, y^2-20y+96=0$$



Ясно, что, выбирая в качестве неизвестного полуразность искомых чисел, Диофант упрощает решение; ему удастся свести задачу к решению неполного квадратного уравнения.

В традиционном российском школьном обучении математике текстовые задачи также всегда занимали особое место. Текстовые задачи постоянно привлекают внимание российских математиков, педагогов и психологов. Теорией задачи в России занимались такие исследователи как В.И. Крупич, Л.М. Фридман и др [13].

Первой причиной большого внимания к задачам в России заключается в том, что исторически долгое время целью обучения детей арифметике было освоение ими определенных вычислительных навыков, связанных с практическими расчетами.

Второй причиной повышенного внимания к использованию текстовых задач в России является то, что в России не только переняли и развивали старинный способ передачи с помощью текстовых задач математических знаний и приемов рассуждений, но и также научились формировать с их помощью важные общеучебные умения.

Использование арифметических способов решения задач способствовало общему развитию учащихся, развитию не только логического, но и образного мышления, лучшему освоению естественного языка, а это повышало эффективность обучения математике и смежных дисциплин. Именно поэтому текстовые задачи играли столь важную роль в процессе обучения в России, и им отводилась так много времени при обучении математике в школе [20].

В настоящее время задачам также уделяется большое внимание. Текстовые задачи являются важным средством обучения математике. С их помощью учащиеся получают опыт работы с величинами, постигают взаимосвязи между ними, получают опыт применения математики к решению практических задач [11].

## **1.2. Психолого-педагогические основы формирования умений решать текстовые задачи**

В формировании многих качеств, необходимых успешному современному человеку, может большую роль сыграть такая школьная дисциплина, как математика.

Человек учится мыслить постепенно в процессе жизненной практики, в общении, но особенно в обучении. Важнейшим качеством мышления является его логичность. Это ценнейшее качество возникает и развивается главным образом в процессе изучения математики [19].

Математическое мышление – это предельное абстрактное, теоретическое мышление, объекты которого могут оперироваться произвольным образом. Учащиеся самостоятельно могут оперировать такими понятиями, как скорость, время, расстояние и т. п. Это все будет успешно реализовано при условии, что у ученика сформировано произвольное внимание, т. е. внимание, направленное учеником в соответствии с целями и задачами. Это внимание и является контролем за совершенные действия.

При изучении математики формируется не только логическое мышление, но и другие не менее важные качества, такие как сообразительность, критичность, настойчивость и т. д.

Решение текстовых математических задач требует использования различных мыслительных умений. Школьники должны уметь: анализировать заданные ситуации, сопоставлять данные и искомые решаемой задачи с решенными ранее, выявлять скрытые свойства заданной ситуации; конструировать простейшие математические модели, осуществляя мысленный эксперимент; синтезировать, отбирать полезную для решения задачи информацию, систематизировать ее кратко и четко, в виде текста, символически, графически и т.д., уметь оформлять свои мысли; объективно оценивать полученные при решении задачи результаты, обобщать или специализировать результаты решения задачи [19]. Поэтому во время

обучения школьников решению текстовых математических задач необходимо учитывать достижения современной психологии и педагогики.

Задача каждой школы заключается в том, чтобы привить учащимся навыки и умения, позволяющие им активно включаться в творческую и исследовательскую деятельность, а также формировать и развивать у них эти навыки [3].

Многие привыкли думать, что математика начинается со счета, но они ошибаются, ведь вся математика начинается с некоторой загадки, проблемы. И чаще всего эта загадка представляет собой математическую текстовую задачу, в которой содержатся не только математические данные, но еще и некоторый сюжет [3].

К сожалению, решению текстовых задач по алгебре в школьной программе уделяется недостаточно внимания. Навык решения таких задач является одним из ключевых в жизни каждого человека, таким образом, умение решать некоторые математические задачи имеет практическое применение [13].

Во время решения математических задач развиваются способности догадываться, просчитывать заранее результат и искать правильные пути даже в самых запутанных условиях.

Одной из важнейших функций решения текстовых задач является функция формирования и развития у обучающихся общих основных умений и навыков решения любых математических задач. Развить общие умения можно лишь решением большого количества задач. «Если хотите научиться решать задачи, то решайте их!» - говорил Д. Пойа. Большинство учителей следуют этому совету, тем самым подбирают и предлагают ученикам огромное количество задач и затрачивают много времени на объяснение и решение этих задач. Но, к сожалению, не всегда добиваются нужного результата. Больше половины обучающихся могут решать задачи только однотипного плана и, встретившись с задачей малознакомого или вовсе не знакомого вида, не имеют представлений как с ней поступить и с чего начать.

Это свидетельствует о том, что сами учащиеся мало прилагают усилий [10]. Но не стоит снимать вину и с самих учителей, возможно, они не смогли донести понятно и доступно материал. Для достижения хорошего результата, безусловно, необходимо больше практики, чтобы ученики смогли отработать до автоматизма предложенные методы решения задач, а также предложить свои подходы.

Учителя должны создавать все необходимые условия для формирования навыков решения текстовых задач, ученику в свою очередь необходимо приложить максимум усилий для овладения необходимыми методами решения таких задач.

Общие знания о задачах и механизмах их решения текстовых задач необходимы для того, чтобы решение задач приносило наибольший познавательный эффект, чтобы процесс их решения превратился в подлинный метод обучения учащихся определенным знаниям и навыкам [11].

Теоретические знания о типологии и этапах решения задач необходимы школьникам для того, чтобы они могли решать разнообразных задачи сознательно и целенаправленно, а не только лишь на основе подражания, по аналогии с ранее решенными задачами.

Сами задачи необходимо рассматривать как объекты для анализа, а решение непосредственно, как изобретение способа решения. Для этой цели необходимо применять основные принципы дидактики [18]:

Принцип научности. Этот принцип заключается в последовательном введении научных понятий в учебный процесс. На основании этого принципа учитель должен нацеливать учеников на проведение анализов собственной деятельности, а также на доказательства своей точки зрения.

Принцип систематичности и последовательности. Этот принцип предполагает преподавание и усвоение знаний в строго определенном порядке, системе. Содержание и процесс обучения построен логически, в соблюдении с рядом правил. Ученики последовательно овладевают знаниями

и навыками, а также одновременно применяют эти знания на практике. Непосредственно при решении задач с помощью уравнений и систем уравнений можно усложнять характер взаимосвязи между элементами условия задачи.

Принцип связи обучения с практикой. Данный принцип предусматривает, стимулирование учеников использовать полученные знания в решении практических задач. Для этого необходимо анализировать и преобразовывать конкретные примеры из жизни, а также вырабатывать собственные взгляды. Ученикам необходимо соотносить условия задачи с жизненными ситуациями и уметь их анализировать.

Учет возрастных особенностей является одним из основополагающих педагогических принципов, поэтому для того, чтобы анализировать тот или иной вид деятельности, в том или ином возрасте, нужно, прежде всего, знать основные особенности данного возраста [10].

Чаще всего у учеников 7-9 классов знакомство с новым материалом вызывает скуку, равнодушие и тяготит их. Они стремятся излагать материал «своими словами», протестуют, когда учитель требует от него точного воспроизведения формул и определений [6].

Для того чтобы найти правильные приемы и средства обучения и воспитания, необходимо хорошо знать своеобразие подросткового возраста, его психические и физиологические особенности развития. Мы должны учитывать то, что в этом возрасте происходит интенсивное и в то же время неравномерное физическое развитие. Наблюдается некоторое возрастное несоответствие в развитии сердечно - сосудистой системе. Следствием чего является головокружение, головные боли, временная слабость, быстрая утомляемость, нервозность, раздражительность. Подростки начинают нарушать дисциплину, иногда совершать несвойственные им поступки [6].

Пожалуй, самым важным фактором физического развития в этом возрасте является половое созревание. В этом возрасте подростки не умеют контролировать свои поступки и чувства, сдерживать и правильно

направлять свои стремления. Половое созревание одно из важных психологических новообразований данного возраста, которое необходимо учитывать при организации учебно - воспитательной работы с подростками.

Также уместно здесь отметить характерную для подросткового возраста некую неуравновешенность характера, повышенную возбудимость, частые и резкие смены настроения.

Ведущим видом деятельности этого возраста является интимно-личностное общение. Оно пронизывает всю жизнь подростков, накладывает отпечатки на учение, учебные занятия, и на отношения с родителями. Продолжается интеллектуализация познавательных процессов: внимания, памяти, воображения, мышления, речи [6].

В 7 классе происходит становление теоретического рефлексивного мышления. Подросток, начинает рассуждать в чисто словесном плане. У семиклассника активное развитие получают чтение, монологическая и письменная речь.

У восьмиклассника с развитием воображения развивается теоретическое рефлексивное мышление, что дает импульс к творчеству.

При переходе из 8-го в 9-тый класс у учащихся наблюдается скачок в овладении такими операциями, как классификация, аналогия, обобщение и др. устойчиво проявляется рефлексивный характер мышления: дети активно начинают анализировать операции, которые они производят и способы решения задач. Эти умения хорошо развиваются в процессе школьной программы, при овладении знаковыми системами, принятыми в математике, физике и химии [10].

Общая картина работы учащихся - подростков на уроках ухудшается. Ученики позволяют себе не выполнять домашнее задание. У многих меняется почерк, он становится неразборчивым и небрежным. При решении математических задач некоторые подростки не проявляют нужной настойчивости и прилежания. Попытки учителя заинтересовать учеников занимательными формами работы не приносят ожидаемого результата [19].

Математические задачи отражают различные стороны нашей жизни, они несут много полезной информации, поэтому их решение является одним из главных звеньев в системе воспитания вообще, патриотического, нравственного и трудового в частности [19].

Текстовые задачи являются тем богатейшим материалом, на котором основываются основные задачи преподавания математики - развитие мышления и творческой активности учащихся. Процесс решения задач оказывает положительное влияние на умственное развитие детей.

Таким образом, в процессе решения текстовых задач достигаются не только цели математического образования, но и развиваются все высшие психические свойства учащихся, у них укрепляются и развиваются волевые черты характера. У них можно наблюдать такие качества личности, как ответственность за начатое дело и доведение его до конца, творческая инициатива и многие другие важнейшие качества, которые необходимы гармонично развитой личности [19].

### **1.3. Роль и место текстовых задач в курсе алгебры. Типология текстовых задач**

В российском школьном образовании текстовые математические задачи практически всегда занимали особое место. Испокон веков обученными считались учащиеся, которые умели решать задачи определенных типов, встречающихся на практике. Всегда считалось, что самым эффективным средством развития математической деятельности учащихся является обучение «через задачи» [13]. Решение задач выступает и как цель и как средство обучения. Умение решать текстовые задачи является одним из основных критериев уровня математической подготовки учащихся.

По мнению Ю. М. Колягина текстовая задача - это некоторая ситуация, которая описана на естественном языке, с требованием дать количественную характеристику какого-либо компонента в данной ситуации, а также установить некоторое отношение между ними и определить их вид [4].

Интерес к текстовым задачам вполне понятен. Решение этих задач связано с развитием логического мышления, сообразительности, наблюдательности, а часто и с непростыми преобразованиями, возникающими при решении полученных систем уравнений и неравенств.

Одной из причин повышенного внимания к использованию текстовых задач в России, является то, что Россия не только смогла перенять и развить старинный способ передачи с помощью задач некоторых математических знаний и приемов рассуждений, но и научилась формировать благодаря текстовым задачам важнейшие общеучебные умения. Эти умения помогли анализировать текст, выявлять важное, правильно поставить вопросы, а также помогли в поиске непосредственного решения. Благодаря решению текстовых задач у школьников развивалось не только логическое мышление, но и образное, развивалось общее развитие учащихся, а это все повышало эффективность обучения математике и смежных с ней дисциплин.



В условиях научно-технического прогресса труд с каждым разом приобретает более творческий характер и к этому надо готовить учеников с начала школьного образования. Одна из целей обучения математики - научить учащихся решать текстовые задачи. Одним из эффективных средств повышения обучения математике является систематическое и целенаправленное формирование умений решать текстовые задачи.

Роль текстовых задач при обучении математике очень велика. В процессе обучения математике они имеют большое и многостороннее значение. Они служат многим конкретным целям обучения и выполняют разнообразные дидактические функции.

Текстовые задачи помогают учащимся осмыслить и закрепить вычислительные навыки по математике, а также имеют большое жизненно-практическое и воспитательное значение.

В процессе решения текстовых задач реализуются образовательные, воспитательные и развивающие цели. Решение текстовых задач полноценно формируют у детей знания, которые определены образовательной программой. Ученики знакомятся с новыми ситуациями, которые описаны в задачах, познают различные новые методы решения [2]. Тем самым ученики приобретают математические знания и повышают свое математическое образование. Учащиеся, которые овладели методами решения некоторого класса задач, достаточно хорошо умеют решать такие задачи, а при достаточной тренировке приобретают навык, который, конечно же, повышает уровень математического образования.

Текстовые задачи по математике являются очень хорошим примером, как теория связана с практикой и обучение с жизнью. Они готовят к практической деятельности в будущем, к решению задач, выдвигаемых жизнью. Решая задачи, школьники углубляются и расширяют свои представления о жизни. И это все формирует у них практические умения, такие как рассчитать время от дома до школы, подсчитать ремонт квартиры и т.д.[11].

Решая текстовые задачи, ученики формируют у себя усидчивость, внимательность сосредоточенность. Трудные задачи требуют от учеников проявления настойчивости, упорства в преодолении трудностей.

Процесс решения задач оказывает только положительное влияние на умственное развитие детей. Именно поэтому текстовые задачи играют важную роль в процессе обучения в России, и им отводилось так много времени при обучении математике в школе [18].

Учащимся для успешного решения текстовых задач необходимо также познакомиться с классификацией этих задач. Различают несколько классификаций, одну из которых мы и приведем.

Для классификации задач первоначально определяют основание, по которому будут классифицироваться задачи [14]. По выбранным основаниям задачи можно классифицировать следующим образом:

- по числу действий, необходимых для выполнения решения задач;
- по соответствию числа данных и искомым;
- по сюжету задач;
- по способам решения и др.

В классификации, в основании которой лежит число действий, необходимых для решения задач, выделяют простые и составные задачи. Простой называется задача, для решения которой необходимо выполнить всего одно действие. Соответственно задача, для решения которой необходимо два или несколько действий называется составной.

Выбирая в качестве основания классификации задач соответствие числа данных и искомым, различают задачи определенные, неопределенные, переопределенные и задачи с альтернативным условием. Обычно в задачах число условий соответствует числу данных.

Определенными задачами называются такие задачи, в которых условий достаточно для получения ответа. Если условий недостаточно для получения ответа, то это неопределенные задачи. Переопределенные задачи - это задачи, содержащие условия, которые не используются при решении

выбранным способом, а именно содержат лишние условия. Задачи с альтернативным условием - это задачи, при решении которых необходимо рассматривать несколько вариантов условий, а ответ находить после исследования все возможных вариантов.

По сюжету задачи бывают: на движение, на работу, на части, на смеси и сплавы, на смешение и концентрацию, на проценты, на работу, на производительность, и т.п. [15].

По способу решения различаются арифметический метод, алгебраический, геометрический и комбинированный.

Арифметический метод представляет собой нахождение ответа посредством выполнения некоторых арифметических действий. Используя данный метод задачу, возможно, решить различными способами.

Решая задачу алгебраическим методом, мы находим ответ с помощью составления и решения уравнений, неравенств и их систем. Одна и та же задача может решаться различными алгебраическими способами [17]. Задача считается решенной различными способами, если для её решения составлены различные уравнения или системы уравнений (неравенств), в основе составления которых лежат различные соотношения между данными и искомыми. Данный метод мы и будем более подробно рассматривать в данной работе [14].

Суть геометрического метода заключается в том, что логическое доказательство или решение задачи подтверждается наглядными представлениями, иногда доказательство или решение видно из наглядной картины. В этом методе используются геометрические изображения, законы геометрии и элементы аналитических методов.

Однако мы не должны забывать, что любая типология задач является условной и зависит она от многих обстоятельств [20]. Например, одну и ту же задачу можно решать и арифметическим, и алгебраическим, и геометрическим методами.

## 1.4. Этапы решения текстовых задач путем составления уравнений и систем уравнений

Решение текстовых задач, независимо от выбранного метода решения включает в себя следующие этапы [7]:

- 1) анализ содержания задачи;
- 2) поиск пути решения задачи и составление плана её решения;
- 3) осуществление плана решения задачи;
- 4) проверка решения задачи.

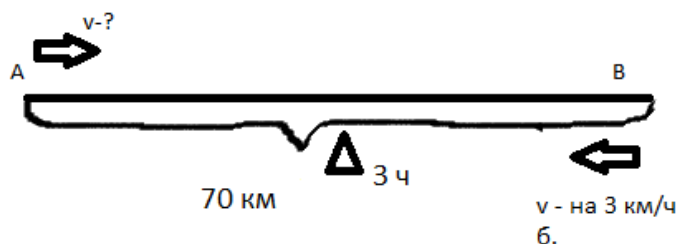
Поясним все этапы на конкретном примере, для наглядности выделим отдельно каждый из названных этапов отдельно.

**Пример.** Из пункта А в пункт В выехал велосипедист с постоянной скоростью, расстояние между ними 70 км. Через день он отправился обратно со скоростью на 3 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 3 часа. В итоге на обратный путь он затратил столько же времени, сколько и на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста из пункта А в В.

1. Анализ содержания задачи.

В задаче идет речь о велосипедисте, который отправился из пункта А в пункт В и обратно. Расстояние между А и В равно 70 км. Известно, что велосипедист двигался с постоянной скоростью, но из пункта В в А его скорость была на 3 км/ч больше, чем из пункта А в В. Также мы знаем, что велосипедист сделал остановку на 3 часа. Используя имеющиеся данные найдем скорость велосипедиста из пункта А в В.

Краткая запись может быть представлена как в виде рисунка, так и в виде таблицы.



	U	T	S
туда	X	$t_1 = \frac{70}{x}$	70
обратно	x+3	$t_2 = \frac{70}{x+3}$	70

2. Поиск пути решения задачи и составление плана её решения.

Обозначим скорость велосипедиста из пункта А в В через  $x$  км/ч, тогда скорость из В в А будет  $(x+3)$  км/ч. Зная, расстояние и скорость легко можем найти время за которое двигался велосипедист туда и обратно.

По условию известно, что велосипедист сделал остановку на обратном пути на 3 часа. Следовательно, мы можем составить уравнение, приравняв между собой время пройденное велосипедистом.

Решив данное уравнение, мы найдем с какой скоростью двигался велосипедист из пункта А в В.

3. Осуществление плана решения задачи.

Пусть скорость велосипедиста на пути из А в В равна  $x$ . Тогда его скорость на обратном пути равна  $x+3$ . Расстояние в обе стороны одинаковое 70 км. Остается записать время. Поскольку  $t = \frac{s}{v}$ , на путь из А в В велосипедист затратит  $t_1 = \frac{70}{x}$ , а из пункта В в А велосипедист затратит время  $t_2 = \frac{70}{x+3}$ .

На обратном пути велосипедист сделал остановку на 3 часа, но в итоге затратил столько же времени, сколько на пути из А в В. Это значит, что на обратном пути он крутил педали на 3 часа меньше.

Значит,  $t_2$  на четыре меньше, чем  $t_1$ . Получается уравнение:

$$\frac{70}{x+3} + 3 = \frac{70}{x};$$

Приводим слагаемые к общему знаменателю:

$$\frac{70x + 3x(x+3) - 70(x+3)}{x(x+3)} = 0;$$

После преобразований, имеем:

$$3x^2 + 9x - 210 = 0;$$

$$x^2 + 3x - 70 = 0;$$

Находим корни по т. Виета.

$$x_1 = 7;$$

$$x_2 = -10 \text{ (не удовлетворяет условию).}$$

Следовательно, скорость велосипедиста из пункта А в В равна 7 км/ч.

4. Проверка решения задачи.

Скорость велосипедиста из пункта А в В равна 7 км/ч, тогда можем найти время за которое он проехал этот путь  $t_1 = \frac{70}{7} = 10$  ч.

Теперь проверим, сколько времени он затратил на обратный путь.

$$t_2 = \frac{70}{x+3} = \frac{70}{7+3} = 7 \text{ ч. И учитывая остановку } t_2 = 7+3=10 \text{ ч. Из условия мы}$$

знаем, что велосипедист затратил одинаковое количество времени. Из этого делаем вывод, что расхождений с условием задачи нет. Следовательно, задача решена, верно.

Ответ: 7 км/ч скорость велосипедиста из пункта А в В.

Каждый выделенный этап является основой, на которую должен опираться учитель при формировании способов решения задач у учеников, а в результате у учеников формируются компоненты общего умения решать задачи.

Рассмотрим более подробно каждый этап решения задачи.

На первом этапе – составление анализа текста задачи, перед учителем стоит задача добиться от учеников понимания и усвоения текста. Они должны осмыслить и определить цель своей деятельности. В этом случае задача служит объектом мышления. Ученики должны правильно уметь выделять условия и данные в задачах, а также устанавливать между ними отношения. На этом этапе важное значение имеют краткая запись текста задачи, составление схем, рисунков и т.д. [7].

Схемы и рисунки помогают наглядно увидеть содержание задачи и зависимости величин, которые в нее входят. Именно поэтому необходимо обучать этому учеников.

Выделим основные назначения этого этапа:

- осмысление ситуации, которая отражена в задаче;
- выделение условий и требований
- назвать данные;
- определить величины и установить зависимость между ними.

На этом этапе решения задачи возможно использование следующих приемов:

1. представление жизненной ситуации, описанной в задаче;
2. постановка специальных вопросов и поиск ответов на них;
3. «переформулировка» задачи;
4. моделирование ситуации, описанной в задаче, с помощью реальных предметов, предметных или графических моделей и др.

На этапе поиска пути решения задачи и составление плана её решения важнейшим моментом является выяснение стратегии решения задачи, а именно [8]:

1) определяется неизвестное, которое может быть найдено и относительно которого можно составить уравнение, а также устанавливается, будет ли неизвестным искомая величина. Промежуточные величины находятся через нее.

2) определяем по какому компоненту будет составлено уравнение.

Затем осуществляется поиск способа решения задачи на основе построенной модели поиска. Одним из приемов поиска пути решения задачи является анализ задачи по самому тексту или по ее вспомогательной модели [11]. Поиск пути решения задачи осуществляется от вопроса задачи к данным (аналитический путь) или от данных к вопросу (синтетический путь). Аналитико-синтетический поиск решения заканчивается получением уравнения. Полученный план решения обсуждается с учащимися, при этом чаще всего используется табличная запись поиска решения задачи.

Но, к сожалению, не всегда просто найти путь решения задачи. Поиск пути решения задачи является довольно трудоемким процессом, для которого нет точного предписания.

Итак, назначение этого этапа - завершение установление связей между данными и искомыми величинами. Поиск пути решения заканчивается составлением плана решения задачи.

Под планом решения будем понимать объяснение того, что мы узнаем, выполнив определенные действия, и указание по порядку выполнения действий [14].

На этапе непосредственного осуществления решения задачи осуществляется найденный план решения.

Назначением этого этапа является нахождение ответа на задачу. Решение задачи оформляют письменно. В этом случае описываются и обозначаются неизвестные, записывают, как выражаются одни величины через неизвестные и заданные числа; а так же определяются соотношения, которые лежат в основе математической модели задачи [15]. После составляется уравнение (система уравнений, неравенств), выполняется его решение, и в итоге находится ответ на требование задачи. Также большую роль при решении задач играет запись найденного решения.

Четвертый этап – проверка решения задачи. На этом этапе осуществляется анализ своей деятельности, а именно: выделение главной идеи решения, обобщение решения задач такого типа, выяснение



недостатков решения. В идеальном случае закрепляются и сохраняются приемы, осуществляемые в процессе решения задач. Данный этап является средством более эффективного обучения задач.

Выделенные этапы представляют норму деятельности человека по решению задач. Мы должны понимать, что в реальном процессе решения задач четкие границы между этапами не выделяются [21]. Но, тем не менее, каждая задача должна обязательно содержать все эти этапы. Игнорирование каких-либо этапов может привести к получению неверного ответа.

Таким образом, для того чтобы успешно обучить учащихся решению текстовых задач необходимо подробно рассматривать каждый этап решения, использовать различные способы решения, но помимо всего этого не стоит забывать о психолого-педагогических основах. Мы должны привить учащимся умения и навыки, позволяющие им без проблем решать текстовые задачи, а также активно включаться в творческую и исследовательскую деятельность.

## **ГЛАВА II. ФОРМИРОВАНИЕ УМЕНИЙ И НАВЫКОВ РЕШЕНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИКЕ ПУТЕМ СОСТАВЛЕНИЯ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ**

### **2.1. Диагностика уровня сформированности умений учащихся решать текстовые задачи по математике**

Практическое исследование по выявлению уровня сформированности умений у учащихся решать текстовые задачи по математике было проведено в период преддипломной практики с 7 ноября по 2 декабря 2017 года. Базой практики являлась МБОУ Гимназия №2 г. Белгород.

Для эксперимента был выбран 9 «Б» класс. Обучение ведется по учебнику Макарычева Ю. Н., Миндюк Н. Г., Нешкова К. И. В классе всего 25 человек, из них 14 девочек и 11 мальчиков.

#### **I. Констатирующий эксперимент**

Цель: выявить уровень сформированности решать текстовые задачи.

Проведение констатирующего эксперимента помогло нам определить исходный уровень умений учащихся решать текстовые задачи.

Первичное представление об уровне сформированности учащихся решать тестовые задачи мы получили из беседы с учителем.

В ходе беседы выяснилось, что учитель старается как можно больше уделить внимания данной теме, но, к сожалению, на эту тему отводится очень мало часов и особо углубляться не позволяет время. Теоретическими знаниями, которые входят в основу выбора действий при решении задач, учащиеся в общей степени владеют. Основные трудности заключаются в математизации предложенного текста задачи, а именно в составлении математической модели, которая может быть представлена в виде уравнений, неравенств или их системе, графика, таблицы и т. д. Небольшие трудности вызывает оформление решения задачи в виде выражений. Невнимательность учащихся также приводит к ошибкам при решении задач. При решении

различных типовых задач учащиеся обучены выбирать наиболее удобный способ решения. Учитель активно использует в своей деятельности инновационные методики. Учитель приучает учащихся к постоянному самоанализу своей деятельности при решении текстовых задач.

Помимо беседы была проведена письменная работа для учащихся. Каждому ученику необходимо было прорешать четыре задачи, притом, что эти задачи ранее были прорешаны в классе или дома.

Задачи [16]:

1. Катер, собственная скорость которого 8 км/ч, прошел по реке расстояние, равное 15 км, по течению и такое же расстояние против течения реки. Найдите скорость течения реки, если время, затраченное на весь путь, равно 4 часа.

2. Из городов А и В навстречу друг другу одновременно выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в В на 12 часов раньше, чем велосипедист приехал в А, а встретились они через 2 часа 30 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из В в А велосипедист?

3. Две бригады должны изготовить по 450 деталей. Первая изготавливает за час на 5 деталей больше, чем вторая, поэтому вторая бригада выполнила задание на 1 час позже, чем первая. Сколько деталей за 1 час изготавливала каждая бригада?

4. Константину Ивановичу начислена заработная плата 25000 рублей. Из этой суммы вычитается подоходный налог в размере 13 %. Сколько рублей он получит после уплаты подоходного налога?

Получили следующие результаты (рис.1):

1. Количество учащихся по списку - 25
2. Выполняли работу - 25
3. Выполнили всю работу без ошибок – 6 (24 %);
4. Ошиблись в задаче № 1 – 5 (20 %);
5. Ошиблись в задаче № 2 – 5 (20 %);
6. Ошиблись в задаче № 3 – 5 (20 %);

7. Ошиблись в задаче № 4 – 3 (12 %);  
 8. Не справились с работой – 8 (32 %).

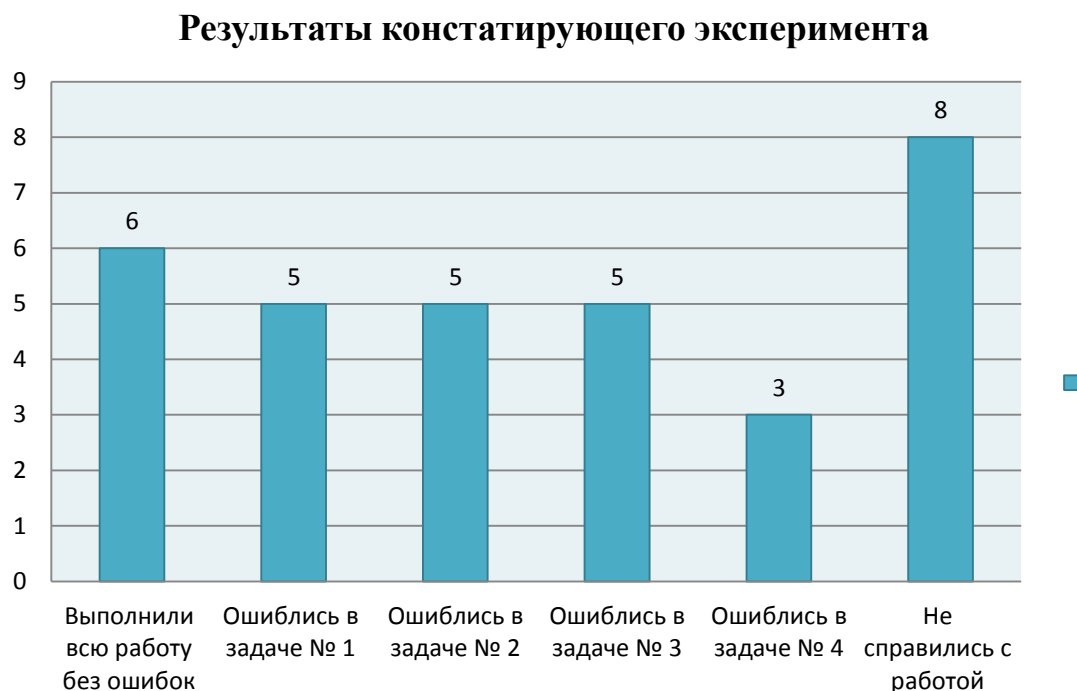


Рис. 1. Результаты констатирующего эксперимента

Даже, несмотря на то, что задачи ученикам были знакомы, многие не справились с их решением и допустили ошибки. Укажем основные ошибки, которые возникли при решении задач:

- Незнание и неумение устанавливать связи и зависимости между величинами, входящими в задачу (скорость, время, расстояние);
- непонимание текста задачи;
- невнимательность при чтении текста задачи (неправильно выбранные действия, ошибки в вычислении).

Рассмотренные ошибки свидетельствуют о том, что не все ученики смогли четко представить себе жизненные ситуации, представленные в задаче, а также не уяснили отношений между величинами и зависимости между данными и искомыми.

## II. Формирующий эксперимент

Цель данного эксперимента: систематическое решение текстовых задач.

Формирующий эксперимент проводился на протяжении месяца. С разрешения учителя в конце каждого урока математики уделялось время для решения одной текстовой задачи. А также несколько уроков было полностью посвящено решению задач. Большое внимание уделялось ошибкам, допущенными учениками при решении письменной работы.

### **III. Контрольный эксперимент**

Цель: выявить наличие или отсутствие навыков решать текстовые задачи.

Во время контрольного эксперимента ученикам была предложена письменная работа, она состояла из четырех задач. В отличие от констатирующего эксперимента задачи были им ранее не знакомы.

1. Туристы отправились из города А в город В на катере, а обратно возвращались на поезде. Расстояние по водному пути от А до В равно 108 км, а по железной дороге 88 км. Поездка на поезде продолжалась на 4 ч меньше, чем на катере. Найти скорость поезда, если известно, что она была на 26 км/ч больше скорости катера.

2. Катер прошел против течения реки 120 км и вернулся обратно, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найти скорость катера в стоячей воде, если скорость течения равна 1 км\ч.

3. Мастерская за некоторое время должна отремонтировать 5400 пар обуви. Но по факту она выпускала в день на 30 пар больше, чем предполагалось, и тем самым выполнила заказ на 9 дней раньше срока. За сколько дней выполнили заказ?

4. Некоторый товар на распродаже уценили на 15 %, при этом он стал стоить 680 рублей. Сколько рублей стоил товар первоначально?

Получили следующие результаты (рис.2):

1. Количество учащихся по списку -25
2. Выполняли работу - 25
3. Выполнили всю работу без ошибок - 9 (36 %);
4. Ошиблись в задаче № 1 - 5 (20 %);

5. Ошиблись в задаче № 2 -4 (16 %);
6. Ошиблись в задаче № 3 -4 (16 %);
7. Ошиблись в задаче № 4 -2 (8 %)
8. Не справились с работой – 4 (16 %).

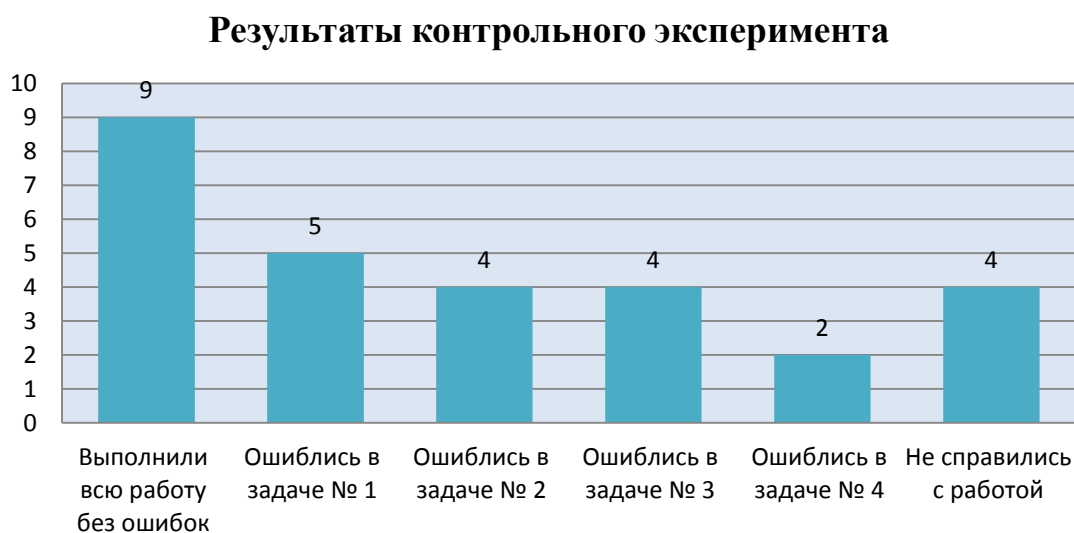


Рис. 2. Результаты контрольного эксперимента

Проанализировав данные результаты, можно сделать, что на контрольном эксперименте ученики 9 «Б» класса справились с работой успешнее, чем на констатирующем эксперименте. Притом, что формирующий этап длился относительно недолго.

Следовательно, для лучшего результата необходимы систематические и целенаправленные занятия по теме «Решение текстовых задач». Так как дети просто физически не успевают разбираться во всех тонкостях решения задач.

Таким образом, выдвинутая гипотеза «если систематически и целенаправленно решать текстовые задачи, то уровень умения и навыков учащихся повысится» подтверждается.

Но, к сожалению, решению текстовых задач уделяется недостаточно времени. Школьная программа настолько перегружена теоретическим материалом, что решению текстовых задач уделяется очень мало времени. Хотя в дальнейшем текстовые задачи включены в материалы ОГЭ и ЕГЭ.

Решение текстовых задач является наиболее сложной частью проверки знаний. Ученики, как правило, очень редко берутся за их решение. Как показывают наблюдения, это происходит от того, что большинство учащихся решают задачи по образцу и когда ученики встречаются задачу незнакомого типа, они не могут ее решить. Но ведь невозможно прорешать все виды задач заранее и тем более в сжатые сроки. Как выход из этой ситуации, можно предложить элективный курс по решению текстовых задач.

## **2.2. Программа и разработка элективного курса: «Решение текстовых задач: сложности и пути их решения»**

### **Пояснительная записка.**

Текстовые задачи традиционно встречаются на основном государственном экзамене по математике. Подготовка к экзаменам в школах осуществляется, как во время уроков, так и во внеурочное время. Наиболее оптимальной формой подготовки к экзаменам являются элективные курсы, они позволяют расширить и углубить изучаемый материал по школьному курсу.

Проанализировав статические данные основного государственного экзамена и ЕГЭ можно заметить низкий процент решаемости текстовых задач. Из данной ситуации можно сделать вывод, что большинство учащихся недостаточно владеют техникой решения текстовых задач. Причиной этому может служить небольшое количество часов отведенных данной теме в школьной программе. По этой причине и возникает необходимость в более глубоком и детальном изучении этого раздела математики. Данный курс предполагает изучения текстовых задач на составление уравнений и систем уравнений предлагаемые школьной программой более подробно и шире, чем на уроках.

Решение задач выступает и как цель и как средство обучения. Умение решать задачи является одним из основных критериев уровня математического развития учащихся. Рассмотрение техники решения текстовых задач является необходимостью, потому что умения решать задачи является высшей ступенью в познании математики и развитии учащихся. В ходе работы над задачами формируются важные общеучебные умения, развивается логическое и образное мышления, повышается эффективность обучения математике и смежным дисциплинам.

Данный элективный курс рассчитан в первую очередь на учащихся, желающих расширить и углубить свои знания по математике, сделать



правильный выбор профиля обучения в старших классах и качественно подготовиться к ЕГЭ и конкурсным экзаменам в вузы. Он поможет школьникам систематизировать полученные на уроках знания по решению текстовых задач и открыть для себя новые методы их решения, которые не рассматриваются в рамках школьной программы.

В данном курсе показана техника решения текстовых задач, методы, алгоритмы и структура процесса решения основных типов текстовых задач, которые встречаются на основном государственном экзамене.

Программа элективного курса «Решение текстовых задач: сложности и пути их решения» разработана для учащихся 9-х классов. Прикладное значение этой темы затрагивает различные стороны нашей жизни: финансовую, демографическую, экологическую, социологическую и др. Предлагаемый курс демонстрирует учащимся применение математических знаний к решению повседневных бытовых проблем каждого человека, вопросов рыночной экономики и задач технологии производства. Поможет школьникам сделать правильный выбор профиля обучения в старших классах. Во время прохождения данного курса ученики смогут открыть для себя новые методы решения задач, не рассматриваемые в школьной программе. Учебный материал курса будет способствовать успешному прохождению аттестации учащихся за курс основной школы. Этот предметный курс дополняет базовую программу, не нарушая её целостности. Курс рассчитан на 34 часа.

**Цели курса:**

- Систематизация ранее полученных знаний по решению задач;
- Повышение интереса к предмету;
- Воспитание понимания, что математика является инструментом познания окружающего мира;
- Развитие логического и творческого мышления;
- Воспитание настойчивости и терпеливости при решении задач.

### **Задачи курса:**

- Развивать систему ранее приобретенных знаний по данной теме до уровня, позволяющего уверенно использовать их при решении задач;
- Познакомить учащихся с различными типами текстовых задач и их решением, а также с особенностями и методикой;
- Создать учащимся необходимые условия для самоанализа своих способностей к математической деятельности.

### **Требования к подготовке учащихся после изучения данного элективного курса**

В результате изучения данного курса учащиеся должны **уметь:**

- Составлять план решения задач;
- Переводить условие задачи на математический язык;
- Составлять и решать уравнения или систему уравнений для решения задачи;
- Определять тип задачи в соответствии с типом задачи выбирать методы и приемы решения;
- Решать задачи на движение, работу, производительность, процентные задачи, смеси и сплавы;
- Применять полученные знания в решении жизненных задач;
- Правильно употреблять математические термины, связанные с различными видами задач;

Учащиеся должны **знать:**

- Основные типы задач, их методы и приемы решения;
- Знать особенности решения задач;
- Знать применение текстовых задач в практической жизни.

### **Ожидаемый результат после изучения курса**

Учащиеся смогут:

- Определять тип задачи и знать особенности ее решения;
- Переводить условие задачи на математический язык;
- Самостоятельно находить различные пути решения задач;

- Применять математический аппарат к решению обыденных задач в практических целях;
- Уметь пользоваться дополнительной математической литературой;
- Применять изученный материал при решении конкурсных, прикладных задачах.

### **Формы организации учебных занятий:**

Изучение материала строится в виде лекций, групповых, практических занятий, тренингов по использованию работы, для консультации которых привлекаются учителя химии, физики, экономики.

Основным типом занятий является комбинированный урок. Курс построен в виде блоков. Каждая новая тема начинается с постановки цели и задачи. Теоретический материал излагается в виде мини лекций, а закрепляется практическими заданиями. Занятия состоят из двух частей: задачи, решаемые с помощью учителя, в группах или задачи для самостоятельного решения. На каждом занятии ведется активный диалог с учащимися.

Предполагаемые задачи различаются по уровню сложности: от простых до достаточно сложных задач. Разнообразие дидактического материала позволяет подбирать дополнительные задания для учащихся разной степени подготовки: от простых до конкурсных и олимпиадных.

Курс является открытым, то есть в него можно добавлять и редактировать задачи, развивать тематику или заменять сюжеты.

### **Формы итогового контроля:**

Во время обучения периодически проводятся небольшие самостоятельные и контрольные работы по вариантам.

После изучения каждой новой темы курса проводится смотр знаний. Он включает в себя решение тестовых заданий и устный опрос.

Итоговым контролем данного курса является защита собственного проекта (по группам) «Применение математического аппарата к решению повседневных бытовых проблем».

### **Количество часов на каждую тему курса:**

На проведение занятий всего отводится 34 часа. Материал, предложенный данным курсом, предполагает повторение и углубление таких разделов математики, как:

1. Введение. Текстовые задачи и техника их применения – 2 часа.
2. Задачи на движение – 7 часов.
3. Задачи на совместную работу и производительность труда – 6 часов.
4. Задачи на проценты – 5 часов.
5. Задачи на смеси, растворы, сплавы – 6 часов.
6. Решение задач по всем темам курса – 6 часа.
7. Защита проектов – 2 часа.

### **Содержание программы курса:**

#### **Тема 1. Текстовые задачи и техника их применения**

- Понятие и виды текстовой задачи;
- Этапы решения текстовых задач;
- Методы и способы решения текстовых задач;
- Основные способы моделирования задач;
- Оформление решения задачи.

#### **Тема 2. Задачи на движение**

- Обобщение и систематизация знаний учащихся по теме «Движение тел»;
- Движение навстречу друг другу;
- Движение в противоположных направлениях из одного пункта;
- Движение из одного пункта в другой в одном направлении;
- Движение из разных пунктов в разные направления;

- Движение из разных пунктов в одном направлении;
- Движение по реке (по течению, против течения), по суше и воздуху;
- Движение по окружности;
- Особенности выбора переменных и методики решения задач на движение;
- Составление таблиц данных для задачи на движение и её значение для составления математической модели.

### **Тема 3. Задачи на совместную работу и производительность**

- Обобщение и систематизация знаний учащихся по темам: работа и производительность;
- Алгоритм решения задач на работу;
- Особенности выбора переменных и методики решения задач на работу;
- Вычисление неизвестного времени работы;
- Задачи на планирование;
- Задачи на нахождение производительности труда;
- Определение объема выполненной работы;
- Нахождение времени, затраченного на выполнение объема работы.

### **Тема 4. Задачи на проценты**

- Типы и виды задач на проценты;
- Основная формула процентов. Простые и сложные проценты;
- Применение в жизненных ситуациях процентные расчеты;
- Решение задач, связанных с банковскими расчетами.

### **Тема 5. Задачи на смеси, растворы, сплавы**

- Особенности решения задач на смеси, сплавы и растворы с помощью уравнений и систем уравнений;
- Задачи на нахождение концентрации вещества;

- Задачи на процентное содержание;
- Решение разно уровневых задач на смеси, сплавы и растворы.

### **Тема 6. Решение задач по всем темам курса**

- Решение задач разного уровня сложности;
- Решение тренировочных задач в группах и индивидуально.

### **Тема 7. Защита проектов**

- Защита творческих заданий;
- Подведение итогов изучения курса «Решение текстовых задач: сложности и пути их решения».

сложности и пути их решения».

## **УЧЕБНО - ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН**

<b>№урока</b>	<b>Содержание материала урока (разделы, темы)</b>	<b>Кол-во часов</b>	<b>Форма контроля</b>
<b>I.</b>	<b>Текстовые задачи и техника их применения</b>	<b>2</b>	Входной тест
1	Понятие текстовой задачи, ее виды и этапы решения текстовой задачи.	1	Фронтальный опрос
2	Основные способы моделирования задач. Оформление решения текстовых задач. Методы и способы решения текстовых задач.	1	Фронтальный опрос
<b>II.</b>	<b>Задачи на движение</b>	<b>7</b>	Самостоятельная работа, активное участие в беседе
3	Обобщение и систематизация знаний учащихся по теме «Движение тел».	1	Групповая практическая работа

	Особенности выбора переменных и методики решения задач на движение.		
4	Решение задач на движение навстречу друг другу.	1	Решение задач с комментариями
5	Решение задач на движение в противоположных направлениях из одного пункта. Движение из одного пункта в другой в одном направлении.	1	Самостоятельная работа
6	Решение задач на движение из разных пунктов в разные направления. Движение из разных пунктов в одном направлении.	1	Дифференцированная самостоятельная работа
7	Решение задач на движение по реке (движение по течению и против течения), по суше и воздуху	1	Решение задач с комментариями
8	Решение задач на движение по окружности	1	Групповая практическая работа
<b>III.</b>	<b>Задачи на совместную работу и производительность.</b>	<b>6</b>	Решение задач с комментариями. Самостоятельная работа по группам
9	Алгоритм решения задач на работу. Вычисление неизвестного времени работ. Особенности	<b>1</b>	Тестирование

	выбора переменных и методики решения задач на работу		
10	Решение задач на планирование	1	Выполнение разно уровневых тренировочных задач
11	Решение задач на нахождение производительности труда	1	Самостоятельная работа по группам
12	Решение задач на определение объема выполненной работы	1	Решение задач с комментариями
13	Решение задач на нахождение времени, затраченного на выполнение объема работы	1	Дифференцированная самостоятельная работа
14	Решение систем задач, подводящих к составной задаче	1	Самостоятельная работа
<b>IV.</b>	<b>Задачи на проценты</b>	<b>5</b>	Групповая практическая работа
15	Решение типовых задач на проценты. Типы и виды задач на проценты	2	Фронтальный опрос
16	Основная формула процентов. Простые и сложные проценты	1	Решение задач с комментариями
17	Процентные вычисления в жизненных ситуациях (банковские операции, голосования)	1	Групповая практическая работа
18	Процентные вычисления в жизненных ситуациях (банковский процент, ипотека)	1	Дифференцированная самостоятельная работа



<b>V.</b>	<b>Задачи на смеси, сплавы и растворы</b>	<b>6</b>	Выполнение разно уровневых тренировочных задач с комментариями
19	Особенности решения задач на смеси, сплавы и растворы с помощью уравнений и систем уравнений. Основные допущения при решении задач на смеси и сплавы	1	Самостоятельная работа
20	Решение задач, связанные с понятием «концентрация», «процентное содержание» (формулы) смеси и сплава	1	Самостоятельная работа
21	Решение задач на объёмную концентрацию смеси (сплава)	1	Групповые соревнования
22	Решение задач на переливание	1	Групповая практическая работа
23	Решение задач на процентное содержание смеси (сплава)	1	Решение задач с комментариями
24	Решение разно уровневых задач на смеси, сплавы и растворы	1	Мини-олимпиада
<b>VI.</b>	<b>Решение задач по всем темам курса</b>	<b>6</b>	Дифференцированная самостоятельная работа
<b>VII.</b>	<b>Защита проектов</b>	<b>2</b>	Защита творческого задания

### **Перечень учебно-методических средств обучения**

Учебно-методический комплект для элективного курса «Решение текстовых задач: сложности и пути их решения» составлен в соответствии с

требованиями нового образовательного стандарта основного общего среднего образования. В состав учебно-методического комплекта входят:

**Для учеников:**

1. Глазков Ю.А. ОГЭ Математика, 9 класс, Тематические тестовые задания / Ю.А. Глазков, И.К. Варшавский, М.Я. Гаиашвили. : Экзамен, 2018
2. Дидактические материалы по алгебре к учебнику Ю.Н.Макарычева и др. (М.:Просвещение) 9 класс М.: Экзамен 2016
3. Лепёхин Ю.В. Математика, 9 класс, решение задач повышенной сложности / Ю.В. Лепёхин М.: Учитель, 2010
4. Макарычев Ю. Н. Алгебра 9 кл : Учебник / Ю.Н.Макарычев, Н.Г. Миндюк М. : Просвещение 2016г
5. Материалы по текстовым задачам в электронном виде.
6. ОГЭ. Математика : типовые текстовые задания: 36 вариантов / под ред. И. В. Ященко. - М. : Издательство «Национальное образование», 2018. - 240 с.

**Для учителя:**

1. Далингер В.А. Обучение учащихся решению текстовых задач методом составления уравнений. - Омск, 1991.
2. Канин Е.С. Текстовые ( или сюжетные) задачи алгебры и их решение. Научно-практический журнал «Математика для школьников» / Е.С. Канин, - 2008. - №2.
3. Прокопенко Н.И. Задачи на смеси и сплавы / Н.И. Прокопенко.- М.: Чистые пруды, 2010. Библиотечка «Первого сентября», серия «Математика». Вып. 31).
4. Чаплыгин В.Ф. Некоторые методические соображения по решению текстовых задач: Математика в школе / В. Ф. Чаплыгин. - 2000. - №4. - 28 с.
5. Шевкин А. В. Текстовые задачи / А. В. Шевкин – М.: Изд. отд. УНЦ ДО МГУ, 2009. – 60 с.

## Фрагменты разработок элективного курса (Приложение 1)

### Дидактические материалы к элективному курсу [16; 17]:

#### Задачи на движение

Действие движения характеризуется тремя компонентами: пройденный путь, скорость и время.

Известно соотношение между ними:

Путь = скорость \* время;

$$S = v * t \quad (1).$$

**Задача 1.** Две черепахи выползают навстречу друг другу из своих нор. Если бы первая ползла на 40 м/ч быстрее, то они бы встретились на полпути, если бы вторая ползла на 50 м/ч быстрее, она бы проползла в два раза большее расстояние до встречи, чем первая. Найдите скорости черепах.

Решение:

Пусть скорость движения первой черепахи  $x$  м/ч, а второй -  $y$  м/ч. Если бы первая ползла на 40 м/ч быстрее, то через  $t_1$  часов они бы встретились на полпути. Получаем:

$$x + 40 \cdot t_1 = y \cdot t_1 \text{ или } x + 40 = y$$

Если бы вторая ползла на 50 м/ч быстрее, то она проползла бы до встречи за  $t_2$  часов в два раза большее расстояние, чем первая. Получаем  $2xt_2 = y + 50 t_2$  или  $2x = y + 50$

Составим систему из двух уравнений:

$$\begin{aligned} x + 40 &= y, \\ 2x &= y + 50; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x + 40 &= y, \\ 2x &= x + 90; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 130, \\ x &= 90. \end{aligned}$$

Следовательно, скорость первой черепахи равна 90 м/ч, а скорость второй черепахи равна 130 м/ч.

Ответ: скорость первой черепахи - 90 м/ч, а скорость второй - 130 м/ч.

**Задача 2.** Петя вышел из школы и пошел домой со скоростью 4,5 км/ч. Через 20 минут по той же дороге из школы выехал Вася на велосипеде со скоростью 12 км/ч. На каком расстоянии от школы Вася догонит Петю?

Решение:

	S	v	T
Петя	? км	$t$ ч	4,5 км/ч
Вася	? км	$t - \frac{1}{3}$ ч	12 км/ч

Пусть  $t$  часов - время, которое будет находиться в пути Петя до того момента, когда его догонит Вася. Тогда Вася до того как догонит Петю, будет находиться в пути  $t - \frac{1}{3}$  часа. (20 мин =  $\frac{1}{3}$  ч).

Всего Петя пройдет  $4,5t$  км, а Вася пройдет  $12 \cdot t - \frac{1}{3}$  км.

Составим и решим уравнение:

$$4,5t = 12 \cdot t - \frac{1}{3};$$

$$t = \frac{8}{15};$$

Следовательно, Вася догонит Петю на расстоянии  $4,5 \cdot \frac{8}{15} = 2,4$  км от школы.

Ответ: Вася догонит Петю на расстоянии 2,4 км от школы.

Во время решения задач на движение по реке необходимо учитывать, что скорость тела, которое движется по направлению течения реки, будет равняться сумме собственной скорости тела, а также скорости течения реки, а также что Скорость тела, которое движется против течения реки, будет равна разности скорости течения реки и собственной скорости тела.

**Задача 3.** Катер, собственная скорость которого 8 км/ч, прошел по реке расстояние, равное 15 км, по течению и такое же расстояние против течения реки. Найдите скорость течения реки, если время, затраченное на весь путь, равно 4 часа.

Решение:

Пусть  $x$  км/ч скорость течения реки. Тогда время, затраченное на движение по течению реки равно  $\frac{15}{8+x}$ , а против течения реки  $\frac{15}{8-x}$ . Так как на весь путь было затрачено 4 часа, то составим и решим уравнение:

$$\frac{15}{8+x} + \frac{15}{8-x} = 4;$$

$$15(8-x) + 15(8+x) = 4(8-x)(8+x);$$

$$4x^2 = 16;$$

$$x = \pm 2;$$

$x = -2$  (не подходит по смыслу задачи).

Следовательно, скорость течения реки равна 2 км/ч.

Ответ: скорость течения реки - 2 км/ч.

**Задача 4.** На соревнованиях по картингу по кольцевой трассе один из картов проходил круг на 5 мин. медленнее другого и через час отстал от него ровно на круг. За сколько минут каждый карт проходил круг?

Решение:

Пусть  $x$  время карта, который проходил круг быстрее, тогда  $(x+5)$  время медленного карта. Известно, что один карт отстал от другого на 1 ч = 60 мин. Следовательно, количество кругов быстрого карта будет составлять  $\frac{60}{x}$ , а медленного  $\frac{60}{x+5}$  кругов. Так как известно, что медленный отстал от быстрого ровно на один. Составим и решим уравнение:

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+5} = 1;$$

$$60(x+5) - 60x = x^2 - 5x;$$

$$x^2 - 5x - 300 = 0;$$

$$x_1 = 15;$$

$x_2 = -20$  не подходит по условию.

Следовательно, за 15 мин прошел быстрый карт, медленный карт прошел за  $15+5=20$  мин.

Ответ: 15 мин, 20 мин.

### Задачи на совместную работу и производительность

Для решения задач на совместную работу и производительность используют следующую формулу:

$$A = p * t \quad (2),$$

где  $A$  - это объем работы,  $t$  - это время выполнения работы, а  $p$  - это величина, которая по смыслу означает скорость выполнения работы и называется «производительность труда». Производительность работы - это количество работы, выполненной за единицу времени.

Если объем работы не указан, то его следует принять за единицу.

Общий план решения:

1. Выбрать переменную (обычно производительность);
2. Заполнить табличку ( $A, t, p$ ) для каждого из рабочих (или для каждой из труб в задачах про трубы), используя формулу  $A = t \cdot p$  (2);
3. Переписать условие в виде уравнения;
4. Привести полученное уравнение к виду квадратного или линейного уравнения;
5. Решить уравнение и отобрать подходящий по смыслу корень (если их два);
6. Найти ответ в задаче (если нужно найти не производительность, а другую величину).

**Задача 1.** Заказ на 240 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 1 деталь больше?

Решение:

Заполним таблицу:

	$p$	$t$	$A$
1 рабочий	$x+1$	$t_1 = \frac{240}{x+1}$	240
2 рабочий	$x$	$t_2 = \frac{240}{x}$	240

Пусть  $x$  деталей в час производительность 2-го рабочего, тогда производительность 1-го рабочего равна  $(x+1)$  деталей в час. Всего 240 деталей. Исходя из этого, можем найти время выполнения работы каждого рабочего  $t_1 = \frac{240}{x+1}$  время 1-го рабочего,  $t_2 = \frac{240}{x}$  время 2-го рабочего. Также известно, что первый рабочий выполняет весь заказ быстрее на 1 час. Используя все данные, составим и решим уравнение:

$$\frac{240}{x} - \frac{240}{x+1} = 1;$$

$$240x + 1 - 240x = x^2 + x;$$

$$x^2 - x - 240 = 0;$$

$$x_1 = 15;$$

$$x_2 = -16 \text{ (не подходит по условию задачи).}$$

Следовательно, производительность 2-го рабочего равна 15 деталей в час.

Ответ: 15 деталей.

**Задача 2.** Чтобы накачать в бак 117 л воды, требуется на 5 минут больше времени, чем на то, чтобы выкачать из него 96 л воды. За одну минуту можно выкачать на 3 л воды больше, чем накачать. Сколько литров воды накачивается в бак за минуту?

Решение.

Пусть за минуту в бак накачивается  $x$  литров воды. Тогда за минуту выкачивается  $(x+3)$  л воды. Известно, что чтобы накачать 117 л воды потребуется на 5 минут больше времени, чем выкачать 96 л воды. По условию задачи составим и решим уравнение:

$$\frac{117}{x} - \frac{96}{x+3} = 5;$$

$$117x + 3 - 96x = 5x^2 + 3x ;$$

$$5x^2 - 6x - 351 = 0;$$

$$D=7056;$$

$$x_1 = 9;$$

$$x_2 = -7,8 \text{ (не подходит по условию задачи).}$$

Значит, в бак за минуту накачивается 9 л воды.

Ответ: 9 л.

**Задача 3.** Две трубы наполняют бассейн за 6 часов 18 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 9 часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

Решение:

Пусть вторая труба заполняет бассейн за  $x$  часов, ее производительность будет равна  $\frac{1}{x}$ . Производительность первой трубы будет равна  $\frac{1}{9}$ . Известно, что две трубы наполняют бассейн за 6ч 18 мин = 6,3 ч, соответственно общая производительность будет равна  $\frac{1}{6,3}$ . По условию задачи составим и решим уравнение:

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{x} = \frac{1}{6,3};$$

$$0,7x + 6,3 = x;$$

$$0,3x = 6,3;$$

$$x = 21.$$

Следовательно, вторая труба заполняет бассейн за 21 час.

Ответ: 21 час.

### **Задачи на проценты**

Принято называть сотую часть любой величины или числа процентом.

$$1\% \text{ от } A = 0,01A$$

Простой процентный рост - когда при вычислении процентов на каждом следующем шаге исходят из заданной величины  $A$ .

Формула простых процентов или формула простого процентного роста:

$$A_n = A_0 \left( 1 + \frac{np}{100} \right) \quad (3).$$

Сложный процентный рост - когда при вычислении процентов на каждом следующем шаге исходят из величины, полученной на предыдущем шаге (то есть начисляются проценты на проценты).

Формула сложного процентного роста:



$$A_n = A_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n \quad (4),$$

где  $A_0$  - первоначальная сумма вклада,

$p$  – процент годового дохода банка,

$n$  – количество лет.

**Задача 1.** М. Е. Салтыков-Щедрин описывает в «Господах Головневых» такую сцену: «Порфирий Владимирович сидит у себя в кабинете, исписывая цифирными выкладками листы бумаги. На этот раз его занимал вопрос: сколько было бы у него теперь денег, если бы маменька подаренные ему при рождении дедушкой на зубок 100 рублей не присвоила себе, а положила в ломбард на имя малолетнего Порфирия? Выходит, однако, немного: всего 800 рублей». Попробуйте по приведенным данным рассчитать, сколько процентов платил в то время ломбард по вкладам. Возраст Порфирия в момент его расчетов принять равным 50 годам.

Решение:

Используем формулу простых процентов  $A_n = A \left(1 + \frac{np}{100}\right)$  (3).

Где  $A = 100$  (первоначальный капитал),  $p = 50$  (количество лет),  $n$  – количество процентов, которые платил в то время ломбард по вкладам.

Подставим в формулу и получим уравнение:

$$100 \left(1 + \frac{50n}{100}\right) = 800;$$

$$100 + 50n = 800;$$

$$n = 14.$$

Следовательно, ломбард платил по вкладам 14 %.

Ответ: 14 %.

**Задача 2.** Определить сколько килограммов сухарей с влажностью 15 % можно получить из 255 кг хлеба влажностью 45 %?

Решение:

Составим таблицу:

	Хлеб	вода	Сухари
Масса(кг)	255	x	255-x
% влажности	45	100	15
Масса воды	255*0,45	x	(255-x)*0,15

На основе данных таблицы составим и решим уравнение:

$$255 \cdot 0,45 - x = (255 - x) \cdot 0,15;$$

$$114,75 - x = 38,25 - 0,15x;$$

$$x - 0,15x = 114,75 - 38,250;$$

$$85x = 76,5;$$

$$x = 0,9.$$

Следовательно, масса воды равна  $0,9 \cdot 100 = 90$ . А для того, чтобы найти массу сухарей надо  $255 - 90 = 165$  (кг).

Ответ: 165 кг сухарей.

**Задача 3.** За хранение денег сбербанк начисляет вкладчику 9 % годовых. Вкладчик положил на счёт 10000 р. и решил в течение пяти лет не снимать деньги со счёта и не брать процентные начисления. Сколько денег будет на счете вкладчика через два года?

Решение:

Для решения используем формулу сложных процентов:

$$A_n = A \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n \quad (4).$$

$$A = 10000,$$

$$P = 9,$$

$$n = 2,$$

Подставляем в формулу и получаем:

$$A_2 = 10000 \left(1 + \frac{9}{100}\right)^2;$$

$$A_2 = 10000 \cdot 1,1881;$$

$$A_2 = 11881.$$

Следовательно, через два года у вкладчика будет 11881 рублей.

Ответ: 11881 руб.

### **Задачи на смеси, сплавы и растворы**

Задачи на смеси, и сплавы вызывают наибольшие затруднения у школьников. В процессе решения каждой такой задачи целесообразно действовать по следующей схеме.

А) В качестве неизвестных величин выбирают те, которые требуется найти.

Б) Из веществ в задаче, выбирается одно в качестве чистого вещества, если  $y$  - доля чистого вещества, то  $(1-y)$  - доля примеси.

В) Если в задаче имеются процентные содержания, их следует перевести в доли.

Г) Описывать изменение смеси с помощью таблиц с помощью 3 основных величин  $m$ ,  $M$ ,  $y$ .

Д) Составить уравнение :  $m=y*M$ .

Е) Решение уравнения.

Доля чистого вещества в смеси - это отношение количества чистого вещества в смеси к общему количеству смеси:  $y = \frac{m}{M}$ , где доля чистого вещества равна отношению процентного содержания чистого вещества в смеси к ста процентам.

*Сумма концентраций всех компонентов смеси равна 1.*

Относительное содержание называют *концентрацией* или *процентным содержанием*.

Если два сплава (раствора) соединяют в один «новый» сплав (раствор), то сохраняется объём:  $V=V_1 + V_2$  и масса

$m=m_1 + m_2$ . Это свойство называют *законом сохранения объёма и массы*.

**Задача 1.** Латунь - сплав меди и цинка. Кусок латуни содержит меди на 60 кг больше, чем цинка. Этот кусок латуни сплавил с 100 кг меди и получили латунь, в которой 70 % меди. Определите процент содержания меди в первоначальном куске латуни.

Решение.

Пусть  $x$  кг масса цинка, тогда  $(x+60)$  кг масса меди. Запишем данные задачи в таблицу.

Масса(кг)	Первоначальный сплав	Новый сплав
Медь	$x+60$	$x+160$
Цинк	X	X
Латунь	$x+60$	$2x+160$

По условию задачи нам известно, что новый сплав содержит 70 % меди, поэтому можем составить пропорцию:

$$2x + 160 \text{ (кг)} - 100 \%$$

$$x+160 \text{ (кг)} - 70 \%$$

$$100(x+ 160) = 70(2x+ 160),$$

$$100x+ 16000 = 140x + 11200,$$

$$40x= 4800,$$

$$x = 120.$$

Следовательно, в первоначальном куске латуни было 120 кг цинка и 180 кг меди, весь кусок весил 300 кг. Тогда процент содержания меди в первоначальном куске латуни  $180:300 = 0,6$  или 60%.

Ответ:60%.

**Задача 2.** Имеются два сплава с разным содержанием золота. В первом сплаве содержится 30%, а во втором - 55% золота. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 40% золота?

Решение. Заполним таблицу по условию задачи.

	%	М	М
1 сплав	$30\%=0,3$	x	$0,3x$
2 сплав	$55\%=0,55$	y	$0,55y$
Новый сплав	$40\%=0,4$	$x+y$	$(x+y)0,4$

Составим и решим уравнение:

$$0,3x+0,55y=(x+y)*0,4;$$

$$0,3x+0,55y=0,4x+0,4y;$$

$$0,15y=0,1x;$$

$$15y=10x;$$

$$3y=2x.$$

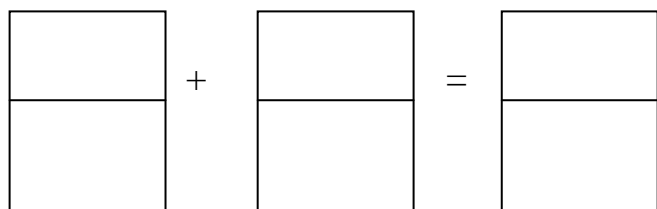
Итак, необходимо взять первый и второй сплав в отношении 3:2

Ответ: 3:2.

**Задача 3.** В сосуд, содержащий 3 кг 70 % -го водного раствора уксуса добавили 4 кг воды. Найдите концентрацию получившегося раствора уксусной кислоты.

Решение:

Решим задачу с помощью модели. Для этого в верхней части прямоугольника записывается масса, в нижней - проценты.



$$3 \cdot 70 + 4 \cdot 0 = 7 \cdot x;$$

$$210 = 7 \cdot x;$$

$$x = 30 \%$$

Следовательно, концентрация полученного раствора уксусной кислоты равна 30 %.

Ответ: 30 %

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Уровень математического развития в основном определяется умением решать текстовые задачи. Именно поэтому в экзаменах по математике и в любых других проверочных работах, пожалуй, наиболее трудной частью является решение задач. Решение текстовых задач - это деятельность, весьма важная для общего развития. Обучая учащихся решать текстовые задачи, мы приучаем их ориентироваться в ситуациях, применять математические знания в решении бытовых проблем, делаем их более компетентным.

В ходе выполнения данной работы были решены все поставленные задачи.

Были рассмотрены сведения из истории появления задач на составление уравнений и систем уравнений, зарождение решения текстовых задач с помощью уравнений и систем уравнений, разобраны известные древние задачи и способы их решения.

В ходе анализа психолого-педагогической и учебно-методической литературы по данной теме выяснили, что такое задача, важнейшие функции решения текстовых задач и способности, которые развиваются у школьников во время их решения. Рассмотрели основные принципы дидактики: принцип научности, принцип систематичности и последовательности, принцип связи обучения с практикой. А также были изучены возрастные особенности школьников основной школы.

Определили роль и место текстовых задач при обучении математике. Отметили, какие задачи реализуются в процессе решения задач.

Рассмотрели типологию текстовых задач и этапы их решения. Отметили основания, по которым классифицируются текстовые задачи. Подробно рассмотрели этапы решения задач: анализ содержания задачи, поиск пути решения задачи и составление плана её решения, осуществление плана решения задачи, проверка решения задачи.

На базе МБОУ Гимназия №2, г. Белгород мы выявили уровень сформированности умений, учащихся решать текстовые задачи по математике. Во время констатирующего эксперимента мы выявили, что у учащихся уровень умений решать текстовые задачи ниже среднего. Формирующий эксперимент заключался в систематическом решении текстовых задач. Данные контрольного эксперимента показали нам, что школьники справились с работой успешнее, чем на констатирующем эксперименте.

А также разработали программу элективного курса «Решение текстовых задач: сложности и пути их решения». Предлагаемый курс демонстрирует учащимся применение математических знаний к решению повседневных бытовых проблем каждого человека, вопросов рыночной экономики и задач технологии производства. Курс поможет школьникам сделать правильный выбор профиля обучения в старших классах. Во время прохождения данного курса ученики смогут открыть для себя новые методы решения задач, не рассматриваемые в школьной программе.

Таким образом, можно утверждать, что для лучшего результата необходимы систематические и целенаправленные занятия по теме «Решение текстовых задач». Так как дети просто физически не успевают разбираться во всех тонкостях решения задач.

Материал, представленный в данной работе, может быть полезен молодым педагогам и учителям, работающим в основной школе.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баврин И.И. Старинные задачи: пособие для учащихся / И.И. Баврин, Е.А., Фрибус Е.А. - М.: Просвещение, 1994. – 128 с.
2. Далингер В.А. Обучение учащихся решению текстовых задач методом составления уравнений / В.А. Далингер – Омск, 1991. – 106 с.
3. Кабацкая Л. Н. Система работы учителя математики по формированию навыков решения текстовых задач// Проблемы и перспективы развития образования: материалы IV Междунар. науч. конф. - Пермь: Меркурий, 2013. - 87-90 с.
4. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике: т.2. / Ю.М. Колягин – М.: Просвещение, 1997. – 110 с.
5. Кольман Э. История математики в древности – М.: Физматгиз, 1961. – 236 с.
6. Крутецкий В.А. Основы педагогической психологии / В. А. Крутецкий – М.: Просвещение, 1972. – 255 с.
7. Лебедев В. Анализ и решение текстовых задач: №11 / В. Лебедев: Математика в школе. – 2002. -. 8 с.
8. Левитас Г.Г. Об алгебраическом решении текстовых задач / Г.Г. Левитас: Математика в школе. – 2000. - №8. – 13 с.
9. Математика: 5-11 кл.: Программы. Тематическое планирование: Для общеобразоват. шк., гимназий, лицеев. / М-во образования РФ; Сост. Г.М.Кузнецова, Н.Г.Миндюк. – М.: Дрофа, 2000.- 320 с.
10. Мухина В.С. Возрастная психология: Учебник / В.С. Мухина – М.: «Академия», 1999. – 456 с.
11. Оганесян В.А. и др. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика / В. А. Оганесян – М., 1980. – 368 с.
12. Орехов Ф.А. Решение задач методом составления уравнений / Ф.А. Орехов – М.: Просвещение, 1971. – 156 с.



13. Паламарчук В.Ф. Школа учит мыслить / В. Ф. Паламарчук - М.: Просвещение, 1987. – 264 с.
14. Петухова Л.И. О решении текстовых задач по математике / Л. И. петухов: Фестиваль педагогических идей «Открытый урок». – М.: Первое сентября, 2004. – 540 с.
15. Пойа Д. Как решать задачу: Пособие для учителей / Д. Пойа : М., 1961. – 7-9 с.
16. Решу ОГЭ по математике – Режим доступа URL: <https://oge.sdangia.ru> (Дата и время обращения:20.04.201г. 17:20)
17. Саранцев Г.И. Упражнения в обучении математике / Г. И. Саранцев – М.: Просвещение, 1995. – 239 с.
18. Столяр А.А. Педагогика математики / А.А. Столяр – Минск, Высшая школа, 1986. – 414 с.
19. Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе / Л.М. Фридман – М.: Просвещение, 1983. – 160 с.
20. Фридман Л. М. Учитесь учиться математике: книга для учащихся/ Л.М. Фридман - М.: Просвещение, 2000. - с. 66.
21. Чаплыгин В.Ф. Некоторые методические соображения по решению текстовых задач: Математика в школе / В. Ф. Чаплыгин. – 2000. - №4. – 28 с.
22. Чистяков И.И. Старинные задачи по элементарной математике / В.Д. Чистяков-Минск: Высшая школа, 1978. – 272 с.

**Технологическая карта урока (4 занятие)**

**Тема:** Решение задач на движение навстречу друг другу.

**Тип урока:** обобщение и систематизация знаний.

**Цель:** формирование навыка решения задач на движение навстречу друг другу.

**Задачи:** сформировать навыки решения задач на движение навстречу друг другу.

*Воспитательные:* воспитывать познавательный интерес к предмету. Побуждать учащихся к самоанализу своей деятельности.

*Развивающие:* формировать умения высказывать свои предположения, сравнивать, анализировать и обобщать предложенный материал.

*Образовательные:* формировать умение решения задач на равномерное движение.

**Формы работы учащихся:** коллективная, индивидуальная.

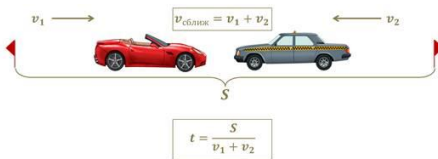
**Оборудование:** у учителя: Макарычев Ю. Н. Алгебра 9 кл : Учебник / Ю.Н.Макарычев, Н.Г. Миндюк М. : Просвещение 2016г; Далингер В.А. Обучение учащихся решению текстовых задач методом составления уравнений. - Омск, 1991; компьютер; проектор; интерактивная доска.

У каждого учащегося: ОГЭ. Математика : типовые текстовые задания: 36 вариантов / под ред. И. В. Яценко. - М. : Издательство «Национальное образование», 2018. - 240 с.

Этапы урока.	Деятельность учителя	Деятельность учащихся	Формирование универсальных учебных действий	Время
1.Организационный этап	<p><b>Приветствует класс.</b> Добрый день! Я рада нашей встрече. Надеюсь, что наше занятие пройдет интересно и увлекательно, с большой пользой для вас.</p> <p><b>Проверяет готовность обучающихся к уроку</b> Посмотри в глаза своему соседу по парте, мысленно пожелай ему успеха на уроке, улыбнись ему, учителю</p> <p><b>Создает условия для благоприятного психологического климата и плодотворной рабочей обстановки</b> Всем желаю успешно и плодотворно потрудиться!</p>	<p>Ученики слушают учителя и настраиваются на изучение и восприятие нового материала, проверяют свою готовность к уроку.</p>	<p><u>Личностные:</u> Позитивное отношение к получению знаний, к познавательной деятельности</p> <p><u>Коммуникативные:</u> сотрудничество с учителем и одноклассниками.</p>	2 минуты

<p><b>2.Актуализация знаний</b></p>	<p><b>Организует работу класса.</b></p> <p>Ребята, давайте вспомним основные типы текстовых задач и формулы, связывающие основные параметры в задачах. Как найти скорость, если известно расстояние и время? время, если известно расстояние и скорость? расстояние, если известно время и скорость? язык алгебры - уравнения. «Чтобы решить вопрос, относящийся к числам или к отвлеченным отношениям величин, нужно лишь перевести задачу с родного языка на язык алгебраический» - писал великий Ньютон в своем учебнике алгебры, озаглавленном «Всеобщая арифметика».</p> <p>Как именно выполняется такой перевод с родного языка на алгебраический? Рассмотрим следующую задачу.</p> <p>Задача: Лошадь и мул шли бок о бок с тяжелой поклажей на спине. Лошадь жаловалась на свою непомерно тяжелую ношу. - Чего ты жалуешься? - отвечал ей мул. - Ведь если я возьму у тебя один мешок, ноша моя станет вдвое тяжелее твоей. А вот если бы ты взяла с моей</p>	<p>Называю т основные типы текстовы х задач и формулы</p> <p>Отвечают на вопросы учителя</p> <p>Отвечают на вопросы и решают задачу</p> <p>Учащие я читают каждую</p>	<p><u>Познавательные:</u> уметь слушать в соответствии с целевой установкой, осознать познавательную задачу, принимать и сохранять учебную цель</p> <p><u>Коммуникативные:</u> вступать в учебный диалог</p> <p><u>Личностные:</u> внутренняя позиция, мотивация</p>	<p>5 мину т</p>
-------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------

	<p>спины один мешок, твоя поклажа стала бы одинакова с моей.</p> <p>Скажите же, мудрые математики, сколько мешков несла лошадь и сколько нес мул?</p> <p>Идет совместное обсуждение решения задачи.</p> <table border="1" data-bbox="448 645 900 1536"> <thead> <tr> <th data-bbox="448 645 675 757">На родном языке</th> <th data-bbox="675 645 900 757">На языке алгебры</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="448 757 675 925">Если я возьму у тебя один мешок,</td> <td data-bbox="675 757 900 925"><math>- 1</math></td> </tr> <tr> <td data-bbox="448 925 675 981">ноша моя</td> <td data-bbox="675 925 900 981"><math>y + 1</math></td> </tr> <tr> <td data-bbox="448 981 675 1093">станет вдвое тяжелее твоей.</td> <td data-bbox="675 981 900 1093"><math>y + 1 = 2(x - 1)</math></td> </tr> <tr> <td data-bbox="448 1093 675 1317">А вот если бы ты взяла с моей спины один мешок,</td> <td data-bbox="675 1093 900 1317"><math>y - 1</math></td> </tr> <tr> <td data-bbox="448 1317 675 1373">твоя поклажа</td> <td data-bbox="675 1317 900 1373"><math>x + 1</math></td> </tr> <tr> <td data-bbox="448 1373 675 1536">стала бы одинакова с моей.</td> <td data-bbox="675 1373 900 1536"><math>y - 1 = x + 1</math></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;"> <math>y + 1 = 2x - 1</math>  <math>y - 1 = x + 1</math> </p> <p>Решая систему находим: <math>x = 5, y = 7</math>.</p> <p><i>Ответ:</i> лошадь несла 5 мешков и 7 мешков нес мул.</p>	На родном языке	На языке алгебры	Если я возьму у тебя один мешок,	$- 1$	ноша моя	$y + 1$	станет вдвое тяжелее твоей.	$y + 1 = 2(x - 1)$	А вот если бы ты взяла с моей спины один мешок,	$y - 1$	твоя поклажа	$x + 1$	стала бы одинакова с моей.	$y - 1 = x + 1$	<p>строку в левом столбце и переводя т совместн о с учителем прочитан ное на язык алгебры. Затем заполняю т таблицу и составля ют систему уравнени й с двумя переменн ыми.</p>	
На родном языке	На языке алгебры																
Если я возьму у тебя один мешок,	$- 1$																
ноша моя	$y + 1$																
станет вдвое тяжелее твоей.	$y + 1 = 2(x - 1)$																
А вот если бы ты взяла с моей спины один мешок,	$y - 1$																
твоя поклажа	$x + 1$																
стала бы одинакова с моей.	$y - 1 = x + 1$																

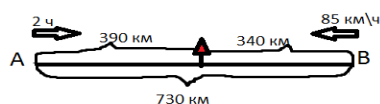
<p><b>3.Обобщение и систематизация знаний</b></p>	<p><b>Акцентирует внимание на основной формуле, которая описывает движение</b></p> <p>-Ребята, прежде чем приступить к решению задач, давайте еще раз вспомним основную формулу, которая описывает движение.</p> <p>Сегодня мы подробнее рассмотрим задачи на движение двух тел по прямой навстречу друг другу.</p> <p>Если тела движутся навстречу друг другу, то скорость их сближения равна сумме скоростей данных тел.</p>  <p>Если первоначальное расстояние между двумя телами, движущимися навстречу друг другу со скоростями <math>v_1</math> и <math>v_2</math>, равно <math>S</math>, то время, через которое они встретятся, равно:</p> $t = S : (v_1 + v_2).$ <p>Чтобы правильно решить задачу для начала необходимо правильно и понятно записать условие задачи. Условие задачи можно оформлять в виде рисунка или в виде таблицы.</p>	<p><math>S=v*t</math></p> <p>Внимательно слушают и конспектируют в тетради</p>		<p>10 минут</p>
---------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------	--	-----------------

Покажем это на конкретных примерах.

*Задача.* Расстояние между двумя городами А и В равно 730 км.

Из города А в город В выехал первый автомобиль, а через два часа после этого навстречу ему из города В выехал второй автомобиль со скоростью 85 км\ч. Найдите скорость первого автомобиля, если автомобили встретились на расстоянии 390 км от города А.

Оформляем условие:



Или

	S	v
1 авто	390 км	x км\ч
2 авто	340 км	85 км\ч

Решение:

Пусть  $x$  (км/ч) - скорость первого автомобиля.

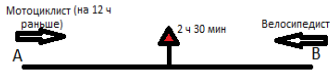
Скорость второго автомобиля - 85 км/ч.

Так как автомобили встретились на расстоянии 390 км от города А, то первый автомобиль ехал  $390/x$  часов. Второй автомобиль проехал до встречи  $730 - 390 = 340$  км.

А значит, время, которое затратил второй автомобиль на дорогу, равно  $340/85 = 4$  часа.

	<p>Так как второй автомобиль выехал на 2 часа позже первого, то первый ехал до встречи на 2 часа дольше.</p> <p>Составим и решим уравнение:  <math>390/x - 4 = 2</math>,  <math>390/x = 6</math>,  <math>x = 390/6 = 65</math>.</p> <p>То есть скорость первого автомобиля равна 65 км/ч.          Ответ: 65 км/ч.</p>															
<b>5.Применение знаний и умений</b>	<p><b>Побуждает к решению задач</b></p> <p><i>Задача 1.</i> Из двух посёлков, расстояние между которыми 88 км, навстречу друг другу одновременно выехали два велосипедиста. Через сколько часов велосипедисты встретятся, если их скорости равны 18 км/ч и 22 км/ч?</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>v</th> <th>t</th> <th>S</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1 вел.</td> <td>18 км/ч</td> <td>18x</td> <td>88 км</td> </tr> <tr> <td>2 вел.</td> <td>22 км/ч</td> <td>22x</td> <td>88 км</td> </tr> </tbody> </table> <p>Решение:          Пусть x ч время велосипедистов до встречи. Тогда первый велосипедист проедет 18x км, а второй 22x км.          Составим и решим уравнение:  <math>18x+22x=88</math>;  <math>40x=88</math>;  <math>x=2,2</math>.</p> <p>Следовательно, велосипедисты</p>		v	t	S	1 вел.	18 км/ч	18x	88 км	2 вел.	22 км/ч	22x	88 км	Решают задачи у доски	<p><u>Познавательные:</u>          Самостоятельно находить нужную информацию, слушать;</p> <p><u>Коммуникативные:</u>          участвовать в общей беседе вступать в учебный диалог, умение с достаточной полнотой выразить мысли;</p> <p><u>Личностные:</u>          внутренняя позиция, мотивация;</p> <p><u>Регулятивные:</u>          планирование своей деятельности в соответствии с поставленной задачей и умение</p>	20 минут
	v	t	S													
1 вел.	18 км/ч	18x	88 км													
2 вел.	22 км/ч	22x	88 км													



	<p>встретятся через 2,2 ч</p> <p>Ответ: 2,2 ч</p> <p><i>Задача 2.</i> Из города А в город В навстречу друг другу одновременно выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в В на 12 часов раньше, чем велосипедист приехал в А, а встретились они через 2 часа 30 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из В в А велосипедист?</p>  <p>Решение:</p> <p>Обозначим за <math>x</math> (км/ч) - скорость велосипедиста, а <math>y</math> (км/ч) - скорость мотоциклиста. Обозначим расстояние из А в В за единицу, т.е. <math>AB = 1</math>.</p> <p>Тогда время, которое потратил на дорогу велосипедист, равно <math>1/x</math>, а время, которое потратил на дорогу мотоциклист соответственно равно <math>1/y</math>.</p> <p>Так как мотоциклист приехал на 12 часов раньше велосипедиста, то получаем первое уравнение:</p> $1/x - 1/y = 12.$ <p>И так как велосипедист и мотоциклист встретились через 2,5 часа после выезда, то получаем второе уравнение:</p>		<p>правильно выполнять действия.</p>	
--	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	--------------------------------------	--

$2,5(x+y)=1$ . Получили систему уравнений:

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 12$$
$$2,5x + y = 1$$

Решаем систему:

$$x+y = 0,4, y = 0,4-x.$$

Подставим в первое уравнение:

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{0,4-x} = 12,$$

$$0,4 - x - x = 12x(0,4 - x),$$

$$0,4 - 2x = 4,8 - 12x^2,$$

$$12x^2 - 6,8x + 0,4 = 0,$$

$$x_1 = 0,5; x_2 = \frac{1}{15}.$$

$x_1 = 0,5$ - посторонний корень, так как в этом случае  $y = 0,4 - 0,5 = -0,1$ , чего быть не может, так как скорость не может быть отрицательной.

Значит,  $x = \frac{1}{15}$ .

Тогда на путь из В в А

велосипедист затратил  $1 : \frac{1}{15} = 15$  часов.

Ответ: 15 часов.

*Задача 3.* Из двух городов одновременно навстречу друг другу отправляются два велосипедиста. Проехав некоторую часть пути, первый велосипедист сделал остановку на 6 минут, а затем продолжил движение до встречи со вторым велосипедистом. Расстояние между городами составляет 162

	<p>км, скорость первого велосипедиста равна 15 км/ч, скорость второго - 30 км/ч. Определите расстояние от города, из которого выехал второй велосипедист, до места встречи.</p> <table border="1" data-bbox="448 539 890 757"> <thead> <tr> <th></th> <th>V(км/ч)</th> <th>T(ч)</th> <th>S(км)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1вел.</td> <td>15</td> <td>x-0,1</td> <td>15(x-0,1)</td> </tr> <tr> <td>2вел.</td> <td>30</td> <td>x</td> <td>x</td> </tr> </tbody> </table> <p>Решение:          Все расстояние между городами равно 168. Составим и решим уравнение:  <math>15(x-0,1)+30x=162</math>;  <math>45x=162+1,5</math>;  <math>x=163,5/45</math>;  <math>30x=30*163,5/45=109</math> (км).          Ответ: 109 км.</p>		V(км/ч)	T(ч)	S(км)	1вел.	15	x-0,1	15(x-0,1)	2вел.	30	x	x			
	V(км/ч)	T(ч)	S(км)													
1вел.	15	x-0,1	15(x-0,1)													
2вел.	30	x	x													
<p><b>6.Контроль усвоения, обсуждение допущенных ошибок и их коррекция</b></p>	<p><b>Организует индивидуальную работу и взаимопроверку</b></p> <p>Ребята, скажите, пожалуйста, можем ли мы столкнуться с такими задачами в реальной жизни?</p> <p>Предлагаю вам каждому составить по одной задаче по данной теме, опираясь на реальные жизненные ситуации, которые были или могут произойти.</p> <p>А теперь обменяйтесь с соседом по парте задачками и</p>	<p>Составляют задачу, решают их и проверяют друг друга</p> <p>Сравнивают самооценку и реальную отметку и</p>	<p><u>Личностные:</u>          Формировать границы собственных знаний; развивать адекватную оценку и позитивную самооценку;</p> <p><u>Познавательные:</u>          структурировать знания;</p> <p><u>Регулятивные:</u> на основе учета характера</p>	<p>12 минут</p>												

	<p>постарайтесь их решить. Составитель задачи должен проверить и оценить решение.</p>	<p>анализируют свое умение.</p>	<p>сделанных ошибок и самооценки вносить необходимые коррективы; <u>Коммуникативные:</u> уметь использовать речь для регуляции своего действия, умение слушать и слышать друг друга</p>	
<p><b>7.Подведение итогов урока</b></p>	<p><b>Давайте подведем итоги урока, и вспомним памятку решения задач на движение.</b></p> <p>1) внимательно читать условия задачи, обращать внимание на единицы измерения;</p> <p>2) вычислительные ошибки можно найти, сделав проверку в уравнении;</p> <p>3) условие задачи лучше оформлять в виде таблицы или в виде рисунка или и то и другое;</p> <p>4) Скорость сближения - это сумма скоростей, движущихся навстречу друг другу тел. <math>V_{\text{сближ.}} = 1V + 2V</math> каких единицах требуется указать ответ.</p> <p><b>В заключении учитель обобщает ответы учащихся, оценивает работу на уроке и делает вывод о достижении</b></p>	<p>Объективно оцениваю т свое пребывание на уроке. Отвечают на вопросы учителя.</p>	<p><u>Личностные :</u> Формировать границы собственных знаний; развивать адекватную оценку и позитивную самооценку; <u>Познавательные:</u> выделение и формулирование познавательной цели, рефлексия способов и условий действия. Анализ и синтез объектов; <u>Регулятивные:</u> оценка-осознание уровня и качества усвоения</p>	<p>3 мину ты</p>

	<b>цели урока всем классом.</b>			
<b>8.Домашнее задание</b>	<p><b>Решить задачу.</b> Из двух городов одновременно навстречу друг другу отправились два велосипедиста. Проехав некоторую часть пути, первый велосипедист сделал остановку на 2 минуты, а затем продолжил движение до встречи со вторым велосипедистом. Расстояние между городами составляет 277 км, скорость первого велосипедиста равна 16 км/ч, скорость второго — 30 км/ч. Определите расстояние от города, из которого выехал второй велосипедист, до места встречи.</p>	Обучающ иися записыва ют домашнее задание	<p><u>Регулятивные:</u> принимать и сохранять учебную задачу;</p> <p><u>Личностные:</u> принятие социальной роли обучающегося;</p> <p><u>Познавательные:</u>ос уществляют актуализацию полученных знаний в соответствии с уровнем усвоения.</p>	1 ми нута
<b>9.Рефлексия</b>	<p>Наш урок подходит к концу, и я хочу, чтобы вы ответили на следующие вопросы:</p> <p>-За что ты можешь похвалить себя сегодня на уроке?</p> <p>-За что ты можешь похвалить своих одноклассников?</p> <p>-За что ты можешь похвалить своего учителя?</p> <p>Спасибо за работу на уроке. Всем удачного дня</p>	Фиксиру ют свое настроен ие и отношени е к проведен ному уроку	<p><u>Личностные:</u> независимость и критичность мышления;</p> <p><u>Регулятивные:</u>оцен ка своей деятельности и деятельности других людей;</p> <p><u>Познавательные:</u> анализировать степень усвоения нового материала;</p>	2 мину ты

			<u>Коммуникативные:</u> умение с достаточной точностью выражать свои мысли.	
--	--	--	--------------------------------------------------------------------------------------------	--

## Технологическая карта урока (21 занятие)

**Тема:** Особенности решения задач на смеси, сплавы и растворы с помощью уравнений и систем уравнений. Основные допущения при решении задач на смеси и сплавы

**Тип урока:** обобщение и систематизация знаний.

**Цель:** формирование навыка решения задач на смеси, сплавы и растворы с помощью уравнений и систем уравнений.

**Задачи:** сформировать навыки решения задач на смеси, сплавы и растворы.

*Воспитательные:* воспитывать познавательный интерес к предмету. Побуждать учащихся к самоанализу своей деятельности.

*Развивающие:* формировать умения высказывать свои предположения, сравнивать, анализировать и обобщать предложенный материал.

*Образовательные:* формировать умение решения задач на смеси, сплавы и растворы.

**Формы работы учащихся:** коллективная, индивидуальная.

**Оборудование:** у учителя: Макарычев Ю. Н. Алгебра 9 кл : Учебник / Ю.Н.Макарычев, Н.Г. Миндюк М. : Просвещение 2016г; Далингер В.А. Обучение учащихся решению текстовых задач методом составления уравнений. - Омск, 1991; компьютер; проектор; интерактивная доска.

У каждого учащегося: ОГЭ. Математика : типовые текстовые задания: 36 вариантов / под ред. И. В. Яценко. - М. : Издательство «Национальное образование», 2018. - 240 с.

Этапы урока.	Деятельность учителя	Деятельность учащихся	Формирование УУД	Время
<b>1.Организационный этап</b>	<p><b>Приветствует класс.</b></p> <p>Добрый день, ребята! Я рада нашей встрече. Сегодня наше занятие будет посвящено решению задач на смеси, сплавы и растворы, т. к. люди часто сталкиваются со смешиванием различных жидкостей, порошков, веществ или разбавлением чего-нибудь водой.</p>	<p>Ученики слушают учителя и настраиваются на изучение и восприятие нового материала , проверяют свою готовность к уроку.</p>	<p><u>Личностные:</u> позитивное отношение к получению знаний, к познавательной деятельности.</p> <p><u>Коммуникативные</u> сотрудничество с учителем и одноклассниками.</p>	2 минуты

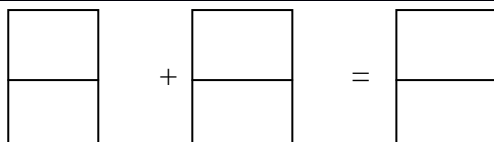


<p><b>2.Актуализация знаний</b></p>	<p><b>Организует работу класса.</b></p> <p>Для того чтобы решать задачи по данной теме следует вспомнить следующие понятия .Смесь состоит из чистого вещества и примеси. Чистое вещество в каждой задаче определяется отдельно, а все остальные вещества относят к примеси. Доля чистого вещества в смеси - это отношение количества чистого вещества в смеси к общему количеству смеси: <math>y = \frac{m}{M}</math>, где доля чистого вещества равна отношению процентного содержания чистого вещества в смеси к ста процентам.</p> <p>Относительное содержание называют <i>концентрацией</i> или <i>процентным содержанием</i>.</p> <p><i>Сумма концентраций всех компонентов смеси равна 1.</i></p> <p>Например, если раствор содержит 30% кислоты, то чистая кислота занимает в этом растворе 0,3 всего объёма. Значит концентрация кислоты в растворе 0,3.</p> <p>Если два сплава (раствора) соединяют в один «новый» сплав (раствор), то сохраняется объём: <math>V=V_1 + V_2</math> и масса <math>m=t_1 + t_2</math>. Это свойство называют <i>законом сохранения</i></p>	<p>Внимательно слушают, рассуждают, отвечают на вопросы учителя. Конспектируют.</p>	<p><u>Познавательные:</u></p> <p>уметь слушать в соответствии с целевой установкой, осознать познавательную задачу, принимать и сохранять учебную цель.</p> <p><u>Коммуникативные</u></p> <p>; вступать в учебный диалог. Взаимодействие с учителем во время работы.</p> <p><u>Личностные:</u> внутренняя позиция, мотивация</p>	<p>5 минут</p>
-------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------

	<p><i>объёма и массы.</i></p> <p><i>Пример:</i> Если сплав содержит серебро и медь в отношении 5: 8, то в этом сплаве 5/13 от массы сплава составляет серебро, а 8/13 - масса меди.</p> <p><b><i>Выделяют основные этапы решения задач.</i></b></p> <p>А) В качестве неизвестных величин выбирают те, которые требуется найти.</p> <p>Б) Из веществ в задаче, выбирается одно в качестве чистого вещества, если <math>y</math> - доля чистого вещества, то <math>(1-y)</math> - доля примеси.</p> <p>В) Если в задаче имеются процентные содержания, их следует перевести в доли.</p> <p>Процент - сотая часть. Например, 4% равны 0,04; 60% равны <math>60:100 = 0,6</math> и т.д.</p> <p>Г) Описывать изменение смеси с помощью таблиц с помощью 3 основных величин <math>m, M, y</math>.</p> <p>Д) Составить уравнение : <math>m=y*M</math>.</p> <p>Е) Решение уравнения.</p>			
--	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	--	--

<p><b>3. Примеры решения задач</b></p>	<p><b>Рассмотрим некоторые способы решения задач на смеси и сплавы.</b></p> <p><b><i>Табличный способ решения задач на смеси и сплавы</i></b></p> <p>Для решения задач удобно составить таблицу, она имеет следующий вид:</p> <table border="1" data-bbox="432 593 927 853"> <thead> <tr> <th>Наименование веществ, растворов, смесей, сплавов</th> <th>% содержание вещества</th> <th>Масса раствора</th> <th>Масса вещества</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </tbody> </table> <p><b>Задача №1.</b> Имеется два сплава свинца и олова. Один сплав содержит 25% олова, а другой 65% олова. Сколько нужно взять каждого сплава, чтобы получилось 200г сплава, содержащего 30% олова?</p> <p>Решение:</p> <table border="1" data-bbox="432 1294 927 1919"> <thead> <tr> <th>Наименование веществ, растворов, смесей, сплавов</th> <th>% содержание вещества</th> <th>Масса раствора</th> <th>Масса вещества</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Первый сплав</td> <td>25%=0,25</td> <td>x</td> <td>0,25*x</td> </tr> <tr> <td>Второй сплав</td> <td>65%=0,65</td> <td>200-x</td> <td>0,65*(200-x)=130-0,65*x</td> </tr> <tr> <td>Полученный сплав</td> <td>30%=0,3</td> <td>200</td> <td>200*0,3=60</td> </tr> </tbody> </table>	Наименование веществ, растворов, смесей, сплавов	% содержание вещества	Масса раствора	Масса вещества					Наименование веществ, растворов, смесей, сплавов	% содержание вещества	Масса раствора	Масса вещества	Первый сплав	25%=0,25	x	0,25*x	Второй сплав	65%=0,65	200-x	0,65*(200-x)=130-0,65*x	Полученный сплав	30%=0,3	200	200*0,3=60	<p>Записывают материал в тетради.</p> <p>Решают задачи вместе с учителем, рассуждают над ходом решения</p>		<p>20 мин ут</p>
Наименование веществ, растворов, смесей, сплавов	% содержание вещества	Масса раствора	Масса вещества																									
Наименование веществ, растворов, смесей, сплавов	% содержание вещества	Масса раствора	Масса вещества																									
Первый сплав	25%=0,25	x	0,25*x																									
Второй сплав	65%=0,65	200-x	0,65*(200-x)=130-0,65*x																									
Полученный сплав	30%=0,3	200	200*0,3=60																									

	<p>Сумма масс олова в двух первых сплавах равна массе олова в полученном сплаве. На основе этого составим и решим уравнение:</p> $0,25x+130-0,65x=60;$ $0,4x=70;$ $x=175.$ <p>Решив уравнение, получаем, что <math>x=175</math>, <math>(200-x)=200-175=25</math>.</p> <p>Следовательно, что первого сплава нужно взять 175 г, а второго 25 г.</p> <p>Ответ: 175 г и 25 г.</p> <p><b><i>Решение задач на растворы, смеси и сплавы с помощью модели.</i></b></p> <p>Модель оформляется в виде прямоугольников, разделённых пополам.</p> <p>В верхней части прямоугольника записывается масса, в нижней - проценты.</p> <p>Чтобы составить уравнение, необходимо данные величины перемножить. Если проценты переведены в десятичные дроби, то вторую строку решения уравнения умножают на 100, чтобы числа были целыми.</p> <p><b>Задача №2.</b> В сосуд, содержащий 2 кг 80 % -го водного раствора уксуса добавили 3 кг воды.</p> <p>Найдите концентрацию получившегося раствора уксусной кислоты.</p>		<p><u>Познавательные:</u> самостоятельно находить нужную информацию, слушать.</p> <p><u>Коммуникативные</u> : участвовать в общей беседе вступать в учебный диалог, умение с достаточной полнотой выражать мысли.</p> <p><u>Личностные:</u> внутренняя позиция, мотивация.</p> <p><u>Регулятивные:</u> планирование своей деятельности в соответствии с поставленной задачей и умение правильно выполнять действия.</p>	
--	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--



$$2 \cdot 80 + 3 \cdot 0 = 5 \cdot x$$

$$5x = 160$$

$$x = 32\%$$

Следовательно, концентрация полученного раствора уксусной кислоты равна 32 %.

Ответ: 32 %


### Решение задач «методом креста»

При решении задач на смешивание растворов различных концентраций используется «правило креста». В точке пересечения двух прямых обозначают концентрация смеси.

Слева на концах отрезков записывают исходные массовые доли растворов (обычно слева сверху – большая), на пересечении отрезков – заданная, а справа на их концах записываются разности между исходными и заданной массовыми долями. Получаемые массовые части показывают, в каком отношении надо слить исходные растворы.



$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\omega_3 - \omega_2}{\omega_1 - \omega_3}$$

	<p><b>Задача №3.</b> Сколько грамм 10%-процентного раствора соли надо добавить к 300 граммам 30%- процентного раствора этой же соли, чтобы получить 14%- процентный раствор?</p> <p>Решение:</p> <p>Используем правило креста.</p>  <p>Следовательно правило креста «говорит», что для приготовления 14%-го раствора соли нужно взять 4 части 30%-ного раствора исходного раствора и добавить 16 частей 10%-ного раствора соли.</p> $\frac{300}{x} = \frac{4}{16}$ $\frac{300}{x} = \frac{1}{4}$ $x = 1200 \text{ (г)}$ <p>Ответ: масса добавляемой соли равна 1200 грамм.</p>			
<p><b>4.Применение знаний и умений</b></p>	<p><b>Побуждает к решению задач. Самостоятельная работа по вариантам.</b></p> <p><b>Вариант 1.</b></p> <p>1) Имеется два сплава. Один содержит 2,8 кг золота и 1,2 кг примесей, другой - 2,7 кг золота и 0,3 кг примесей. Отрезав по куску от каждого сплава и сплавив их,</p>	<p>Выполняют самостоятельную работу</p>	<p><u>Регулятивные:</u> планирование своей деятельности в соответствии с поставленной задачей и умение правильно выполнять</p>	<p>15 минут</p>

	<p>получили 2 кг сплава с процентным содержанием золота 85%. Сколько килограммов металла отрезали от второго сплава?</p> <p>2) Сплавляли 2кг цинка и меди , содержащего 20% цинка и 6 кг сплава цинка и меди, содержащего 40% цинка. Найдите процентную концентрацию меди в получившемся сплаве. (Ответ: 65% меди в новом сплаве)</p> <p><b>Вариант 2.</b></p> <p>1) Имеются два слитка сплава олова медью. Первый слиток содержит 230 г олова и 20 г меди, а второй слиток -240 г олова и 60 г меди. От каждого слитка отрубили по куску, сплавляли их и получили 300 г сплава. Сколько граммов отрубили от первого слитка, если в полученном сплаве было 84% олова?</p> <p>2) Сколько грамм 10%-процентного раствора соли надо добавить к 300 граммам 30%-процентного раствора этой же соли, чтобы получить 14%-процентный раствор?</p> <p><b>Проверяется решение самостоятельной работы</b></p>		<p>действия; на основе учета характера сделанных ошибок и самооценки вносить необходимые коррективы.</p> <p><u>Личностные:</u> формировать границы собственных знаний; развивать адекватную оценку и позитивную самооценку.</p> <p><u>Познавательные:</u> структурировать знания.</p>	
--	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

<p><b>8. Домашнее задание</b></p>	<p><b>Задача.</b> Масса первого сплава на 3 кг больше массы второго сплава. Первый сплав содержит 10% цинка, второй – 40% цинка. Новый сплав, полученный из двух первоначальных, содержит 20% цинка. Определите массу нового сплава.</p>	<p>Обучающе записывают домашнее задание</p>	<p><u>Регулятивные:</u> принимать и сохранять учебную задачу. <u>Личностные:</u> принятие социальной роли обучающегося. <u>Познавательные:</u> существляют актуализацию полученных знаний в соответствии с уровнем усвоения.</p>	<p>1 мин ута</p>
<p><b>9. Рефлексия (подведение итогов урока)</b></p>	<p><b>Подводятся итоги урока. В заключении учитель оценивает работу на уроке и делает вывод о достижении цели урока всем классом.</b> <b>Предлагает ответить на следующие вопросы:</b> 1. Что сегодня я узнал? 2. Мне было тяжело или нет? 3. Я понял материал или были затруднения? 4. Я научился чему-то новому? 5. Я смог добиться результата? -</p>	<p>Объективно оцениваю свое пребывание на уроке. Отвечают на вопросы учителя.</p>	<p><u>Личностные:</u> независимость и критичность мышления. <u>Регулятивные:</u> оценка своей деятельности и деятельности других людей. <u>Познавательные:</u> анализировать степень усвоения нового материала. <u>Коммуникативные:</u> умение с достаточной точностью выражать свои мысли.</p>	<p>2 мин уты</p>